

ЧАСТЬ 2. НЕЛИНЕЙНАЯ ДИНАМИКА

ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ
ОБОБЩЕННОЙ СИНХРОНИЗАЦИИ В ПРИСУТСТВИИ ШУМА

А.А. Короновский, О.И. Москаленко, А.А. Овчинников, А.Е. Храмов
..... 2

ДИАГНОСТИКА РЕЖИМА ОБОБЩЕННОЙ ХАОТИЧЕСКОЙ
СИНХРОНИЗАЦИИ В ДИАПАЗОНЕ СВЕРХВЫСОКИХ ЧАСТОТ

**А.А. Короновский, А.В. Стародубов, А.Е. Храмов, Б.С. Дмитриев,
Ю.Д. Жарков**..... 5

ИНДУЦИРОВАННАЯ ШУМОМ СИНХРОНИЗАЦИЯ В
НЕАВТОНОМНЫХ СИСТЕМАХ

С.А. Шурыгина..... 8

ФАЗОВАЯ МОДУЛЯЦИЯ И ИНТЕРФЕРЕНЦИЯ – ПРИЧИНА
ДЕТЕРМИНИРОВАННОГО ХАОСА

И.В. Измайлов, Б.Н. Пойзнер 10

КЛАССИФИКАЦИЯ ХАОТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ МАЛОРАЗМЕРНОЙ
НЕЛИНЕЙНОЙ ДИНАМИКИ

В.М. Аникин, С.С. Аркадакский, С.Н. Купцов, А.С. Ремизов..... 13

РЕЛАКСАЦИОННЫЕ СВОЙСТВА ХАОТИЧЕСКИХ ДИНАМИЧЕСКИХ
СИСТЕМ С ПОЗИЦИИ ОПЕРАТОРНОГО АНАЛИЗА

**В.М. Аникин, С.С. Аркадакский, А.С. Ремизов, С.Н. Купцов,
Л.П. Василенко** 16

ОТЛИЧИЯ ВРЕМЕННОГО РЯДА ВНУТРИЧЕРЕПНОЙ ЭЭГ КРЫС В
НАЧАЛЕ И КОНЦЕ ЭПИЛЕПТИЧЕСКОГО РАЗРЯДА

М.В. Глушкова, Т.В. Диканев 19

ДИНАМИКА ЛОКАЛЬНЫХ ПОТЕНЦИАЛОВ МОЗГА ПРИ
ЭПИЛЕПСИИ: ЭМПИРИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Е.В. Филина, Д.А. Смирнов, Б.П. Безручко 22

ИССЛЕДОВАНИЕ НАПРАВЛЕНИЯ СВЯЗИ МЕЖДУ РИТМАМИ
СЕРДЕЧНО-СОСУДИСТОЙ СИСТЕМЫ ЧЕЛОВЕКА

В.С. Хорев, В.И. Пономаренко, М.Д. Прохоров..... 25

ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ОБОБЩЕННОЙ СИНХРОНИЗАЦИИ В ПРИСУТСТВИИ ШУМА

А.А. Короновский, О.И. Москаленко, А.А. Овчинников, А.Е. Храмов
Саратовский государственный университет, факультет нелинейных процессов

Синхронизация хаотических колебаний представляет собой одно из фундаментальных явлений нелинейной динамики. В настоящее время известно несколько типов синхронного поведения однонаправлено и взаимно связанных хаотических систем, среди которых наиболее интересным и важным является режим обобщенной синхронизации [1].

Обобщенная синхронизация вводится в рассмотрение для системы двух однонаправлено связанных хаотических осцилляторов и означает, что после завершения переходного процесса устанавливается некоторая функциональная зависимость между их состояниями. Вид этой зависимости может быть достаточно сложным, в том числе и фрактальным, поэтому найти его аналитически далеко не всегда представляется возможным. Для диагностики режима обобщенной синхронизации обычно используются метод расчета условных ляпуновских экспонент или метод вспомогательной системы [1].

Одним из наиболее интересных вопросов является влияние шума на установление синхронных режимов, в том числе и обобщенной синхронизации. Так как все реальные системы функционируют в присутствии различного рода шумов и флуктуаций, исследование поведения модельных и реальных систем в их присутствии представляется достаточно важным и актуальным. Кроме того, из литературы известно, что шум способен оказывать как конструктивное, так и деструктивное воздействие на синхронное поведение систем. В частности, появление внешнего шума может привести к сдвигу пороговых значений параметра связи, соответствующих установлению режимов полной и фазовой синхронизаций [2]. В то же самое время, общий шум способен синхронизовать две независимые, но идентичные системы (стартующие с различных начальных условий). В этом случае диагностируется режим индуцированной шумом синхронизации [3].

Влияние шума на обобщенную синхронизацию в настоящее время исследовано слабо. В качестве исключения можно отметить работу [4], где изучен вопрос о влиянии шума на обобщенную синхронизацию в совершенно разных однонаправлено связанных динамических системах. Показано, что в этом случае роль шума является «системозависимой», то есть шум способен как усилить/вызвать, так и, наоборот, разрушить режим обобщенной синхронизации.

В настоящей работе впервые исследуется влияние шума на возникновение обобщенной синхронизации в диссипативно связанных идентичных хаотических системах со слегка расстроенными параметрами.

Как будет показано ниже, шум практически не оказывает влияния на порог возникновения режима обобщенной синхронизации в таких системах. Выявленная особенность может найти применение в различных областях науки и техники, например, при скрытой передаче информации по каналам связи, где уровень шума является достаточно высоким.

Чтобы подтвердить справедливость вышеназванных аргументов, рассмотрим поведение двух однонаправленно связанных динамических систем со слегка расстроенными параметрами в присутствии внешнего шума $\xi(t)$:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}(t) &= \mathbf{H}(\mathbf{x}(t), \mathbf{g}_d), \\ \dot{\mathbf{u}}(t) &= \mathbf{H}(\mathbf{u}(t), \mathbf{g}_r) + \varepsilon \mathbf{A}(\mathbf{x}(t) - \mathbf{u}(t) + D\xi(t)), \end{aligned} \quad (1)$$

где $\mathbf{x} = (x_1, x_2, x_3)$ и $\mathbf{u} = (u_1, u_2, u_3)$ – векторы состояния ведущей и ведомой систем, соответственно, \mathbf{H} определяет векторное поле рассматриваемых систем, \mathbf{g}_d и \mathbf{g}_r – векторы параметров, $\mathbf{A} = \{\delta_{ij}\}$ – матрица связи, $\delta_{ii} = 0$, $\delta_{ij} = 0$ или $\delta_{ij} = \varepsilon$ – параметр связи, D – интенсивность шума.

Для выявления механизмов, приводящих к возникновению режима обобщенной синхронизации в системе (1), воспользуемся методом модифицированной системы [5]. Согласно этому подходу, ведомая система может быть рассмотрена как некоторая модифицированная система

$$\dot{\mathbf{u}}_m(t) = \mathbf{H}'(\mathbf{u}_m(t), \mathbf{g}_r, \varepsilon) = \mathbf{H}(\mathbf{u}(t), \mathbf{g}_r) - \varepsilon \mathbf{A} \mathbf{u}(t), \quad (2)$$

под внешним воздействием $\varepsilon \mathbf{A}(\mathbf{x}(t) + D\xi(t))$. Слагаемое $-\varepsilon \mathbf{A} \mathbf{u}(t)$ вносит дополнительную диссипацию в модифицированную систему (2). Режим обобщенной синхронизации, возникающий в системе (1), может быть рассмотрен как следствие двух взаимосвязанных процессов, протекающих одновременно, увеличения диссипации в модифицированной системе (2) и возрастания амплитуды внешнего (хаотического и шумового) сигнала. Оба процесса связаны друг с другом посредством параметра ε и не могут быть реализованы в ведомой системе (1) отдельно. Однако, увеличение диссипации в модифицированной системе (2) приводит к упрощению ее поведения и переходу от хаотических колебаний к периодическим. Внешнее воздействие, наоборот, стремится усложнить поведение модифицированной системы и навязать ей свою динамику. Очевидно, что возникновение режима обобщенной синхронизации возможно только тогда, когда собственная хаотическая динамика в ведомой системе будет подавленной за счет диссипации.

Таким образом, устойчивость режима обобщенной синхронизации определяется, прежде всего, свойствами самой модифицированной системы. Поэтому порог возникновения режима обобщенной синхронизации не должен сильно зависеть от интенсивности шума $D\xi(t)$, воздействующего на однонаправленно связанные хаотические системы. Если шум не меняет существенно характеристики модифицированной

системы (2), то он и не должен сильно влиять на порог возникновения режима обобщенной синхронизации.

Действительно, как упоминалось выше, диагностирование режима обобщенной синхронизации возможно как при помощи метода вспомогательной системы, так и путем расчета условных ляпуновских экспонент. Понятно, что ведомая и вспомогательная системы могут быть рассмотрены как две идентичные системы, стартующие с близких начальных условий. Вычисление производной от разности их состояний $\Delta(t) = \mathbf{v}(t) - \mathbf{u}(t)$ при наличии и отсутствии шума в виду идентичности детерминированных и стохастических сигналов, воздействующих на эти системы, приводит к одному и тому же уравнению:

$$\dot{\Delta}(t) = (\mathbf{J}\mathbf{H}(\mathbf{u}(t)) - \varepsilon\mathbf{A})\Delta(t) = \mathbf{J}\mathbf{H}'(\mathbf{u}(t))\Delta(t), \quad (3)$$

где \mathbf{J} - матрица Якоби. Так как уравнение (3) может быть рассмотрено как уравнение в вариациях при вычислении условных ляпуновских экспонент, можно заключить, что старшие условные ляпуновские показатели (определяющие порог возникновения режима обобщенной синхронизации) будут вести себя схожим образом как в отсутствие, так и при наличии шума. Поэтому порог возникновения режима обобщенной синхронизации не должен зависеть от интенсивности шума, а сам тип синхронного поведения должен обладать устойчивостью к шумам. Тем не менее, следует обратить внимание на то, что вектор состояния ведомой системы $\mathbf{u}(t)$ в (3), все-таки, зависит от случайного сигнала $\xi(t)$, и, соответственно, шум большой интенсивности D может изменять свойства модифицированной системы, что, в конечном итоге, может приводить к изменению границы возникновения режима обобщенной синхронизации.

Справедливость теоретических рассуждений подтверждается результатами численного моделирования эталонных моделей нелинейной динамики и физического эксперимента с однонаправленными связанными радиотехническими генераторами хаоса радиодиапазона. Как показывают проведенные численные и экспериментальные исследования, режим обобщенной синхронизации обладает устойчивостью к шумам как в системах с малым числом степеней свободы, так и пространственно распределенных средах.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (08-02-00102, 09-02-92421), Президентской программы НШ-355.2008.2, программы «Развитие научного потенциала высшей школы», CRDF REC-006, ФНП «Династия».

ЛИТЕРАТУРА

1. H.D.I. Abarbanel et al. // Phys. Rev. E. 1996. V. 53. N. 5. P. 4528.
2. L. Zhu, A. Raghun, Y.C. Lai // Phys. Rev. Lett. 2001. V. 86. N. 10. P. 4017.
3. R. Toral et. al. // Chaos. 2001. V. 11. P. 665.
4. S. Guan, Y.C. Lai, C.H. Lai // Phys. Rev. E. 2006. V. 73. P. 046210.
5. A.E. Hramov, A.A. Koronovskii // Phys. Rev. E. 2005. V. 71. P. 067201.

ДИАГНОСТИКА РЕЖИМА ОБОБЩЕННОЙ ХАОТИЧЕСКОЙ СИНХРОНИЗАЦИИ В ДИАПАЗОНЕ СВЕРХВЫСОКИХ ЧАСТОТ

А.А. Короновский, А.В. Стародубов, А.Е. Храмов,
Б.С. Дмитриев, Ю.Д. Жарков

*Государственное образовательное учреждение высшего профессионального
образования «Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского»*

Синхронизация хаотических автоколебаний представляет собой фундаментальное нелинейное явление, активно исследуемое в настоящее время в системах различной природы [1]. Одним из вызывающих большой интерес видов синхронного хаотического поведения, как с фундаментальной, так и с практической точек зрения, является режим обобщенной синхронизации однонаправленно связанных хаотических осцилляторов. В частности, это обусловлено тем, что данный тип синхронного поведения может возникать между двумя совершенно различными хаотическими автоколебательными системами, например, между системами с разной размерностью фазового пространства, в том числе и между системами с сосредоточенными и распределенными параметрами. Кроме того, в последнее время интерес обусловлен тем, что в качестве одной из возможных областей практического применения данного типа синхронного поведения могут выступить задачи по передаче информации (в том числе скрытой) [2]. В большинстве информационно-телекоммуникационных систем используются мощные системы и устройства сверхвысокочастотного (СВЧ) диапазона, содержащие электронные потоки. Несмотря на это, исследования явления обобщенной хаотической синхронизации сконцентрированы либо на модельных системах (связанные системы Ресслера, Лоренца), либо на радиотехнических генераторах. В тоже время, подобные исследования в системах и устройствах мощной СВЧ электроники проводились крайне мало, а экспериментальные работы практически отсутствуют.

В настоящей работе приведены результаты экспериментальных исследований режима обобщенной хаотической синхронизации системы однонаправленно связанных генераторов хаоса СВЧ диапазона на основе клистронных усилителей КУ-134Е с целью запаздывающей обратной связи. Принципиальная схема экспериментальной установки приведена на рисунке 1. Символами на рисунке обозначены: FI (ferrite isolator) – ферритовый вентиль; PD (power divider) – делитель мощности; DC (directional coupler) – направленный ответвитель; Г – поляризационный волноводный аттенюатор (waveguide attenuator); DSO (digital storage oscilloscope) – цифровой запоминающий СВЧ осциллограф Agilent Technologies DSO81004B; DSA (digital spectrum analyzer) – цифровой СВЧ анализатор спектра Agilent Technologies E4402B; PC – персональный компьютер. Между СВЧ автогенераторами реализован диссипативный вид

связи. Основные управляющие параметры клистронных автогенераторов были выбраны следующими: для ведущего (символ "d") клистронного автогенератора значение ускоряющего напряжения $V_0^d = 2100$ В, постоянный ток пучка $I_0^d = 50$ мА. Для введения расстройки между автогенераторами управляющие параметры для ведомого клистронного (символ "r") автогенератора устанавливались следующими: $V_0^r = 1900$ В, $I_0^r = 52$ мА. При указанных управляющих параметрах клистронные автогенераторы в автономном режиме демонстрировали хаотическую динамику. Вид спектров мощности и временных реализаций сигналов автономных ведущего и ведомого клистронного автогенераторов приведены на рисунке 2. Для диагностики режима обобщенной синхронизации при проведении экспериментальных исследований был использован модифицированный метод ближайших соседей [3]. В работе впервые разработана его модификация для случая исследования систем с запаздывающей обратной связью и изложены результаты применения модифицированного метода ближайших соседей для диагностики явления обобщенной синхронизации в однонаправленно связанных клистронных автогенераторах с запаздывающей обратной связью.

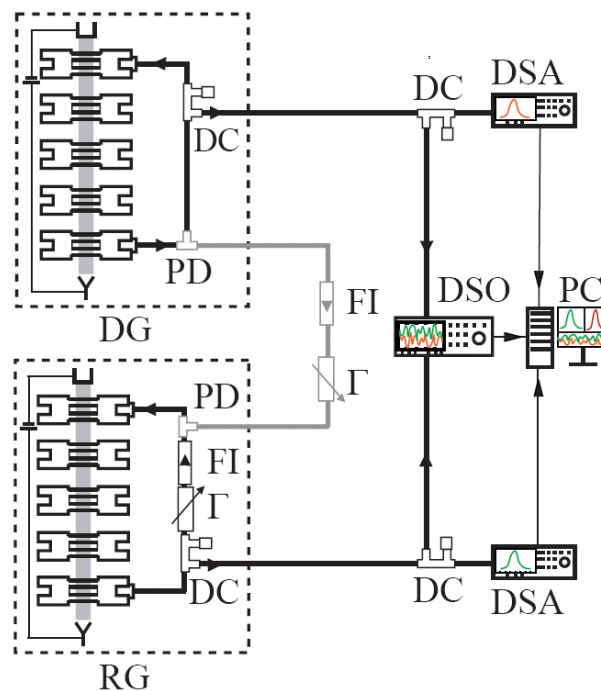


Рис. 1. Принципиальная схема экспериментальной установки по исследованию явления обобщенной синхронизации в однонаправленно связанных клистронных автогенераторах. Пунктиром обозначены ведущий клистронный автогенератор DG (Drive generator) и ведомый RG (Response generator). Серым цветом выделена линия диссипативной связи между автогенераторами.

Показано, что полученные результаты находятся в хорошем соотношении с полученными ранее результатами численного моделирования [4], а также качественно соответствуют результатам,

полученным ранее при проведении экспериментальных исследований с радиотехническими автогенераторами [3] и общепринятым теоретическим представлениям об особенностях режима обобщенной хаотической синхронизации и механизмах, приводящих к его установлению.

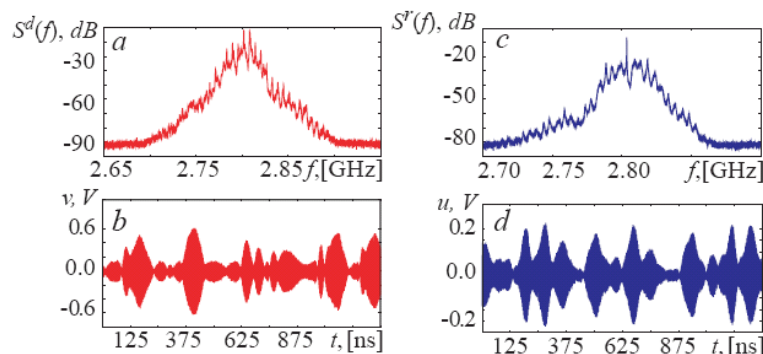


Рис. 2. Вид экспериментально полученных спектров мощности (*a,c*) и временных реализаций (*b,d*) выходных сигналов клистронных автогенераторов в автономном режиме работы. Подрисунки *a, b* соответствуют ведущему автогенератору; *c, d* – ведомому.

По результатам проведенных исследований можно сделать вывод, что такие системы СВЧ электроники и радиофизики как клистронные автогенераторы могут быть использованы в способе передачи информации, основанном на динамическом хаосе и явлении обобщенной хаотической синхронизации [2].

Работа выполнена при финансовой поддержке Федерального агентства по науке и инновациям, Программы поддержки ведущих научных школ РФ (НШ - 355.2008.2) и Программы развития научного потенциала Высшей школы (код проекта 235), а также CRDF REC-006.

ЛИТЕРАТУРА

1. А. Пиковский, М. Розенблюм, Ю. Куртс. "Синхронизация. Фундаментальное нелинейное явление" М.: Техносфера, 2003.
2. А.А. Короновский, О.И. Москаленко, П.В. Попов, А.Е. Храмов [Способ для секретной передачи информации](#): Патент на изобретение № 2295835.
3. U. Parlitz L. and etc. // Phys. Rev. E. 1996. V. 54, No. 2. P. 2115.
4. А.В. Стародубов, А.А. Короновский, А.Е. Храмов, Ю.Д. Жарков, Б.С. Дмитриев, В.Н. Скороходов // Изв. РАН. Сер. физическая. 2008. Т. 72, № 1. С. 148.

ИНДУЦИРОВАННАЯ ШУМОМ СИНХРОНИЗАЦИЯ В НЕАВТОНОМНЫХ СИСТЕМАХ

С.А. Шурыгина

Саратовский госуниверситет им. Н.Г. Чернышевского, факультет нелинейных процессов

В последнее время большое внимание уделяется изучению явления синхронизации хаотических колебаний различных динамических систем в таких областях, как радиофизика, физиология, биофизика и многих других [1].

Выделяют различные типы синхронного хаотического поведения. Это, например, обобщенная синхронизация, фазовая синхронизация, синхронизация с запаздыванием, синхронизация временных масштабов, полная синхронизация [2–4].

Известно, что шумы оказывают деструктивное воздействие на динамические системы. С другой стороны, существуют примеры, когда шумы могут оказывать и конструктивное воздействие. В частности, существует такое явление, как индуцированная шумом синхронизация, которая впервые была описана в работе [5]. Данный тип синхронной динамики проявляется на стыке детерминированного и случайного поведения и демонстрирует то, что воздействие шумов на автоколебательные системы может способствовать установлению идентичного поведения первоначально несогласованных хаотических систем. Индуцированная шумом синхронизация – это режим, когда при воздействии случайного сигнала на две идентичные по управляющим параметрам несвязанные друг с другом хаотические системы, стартующие с различными начальными условиями, возникает синхронное поведение систем, то есть по истечении определенного периода времени, названного переходным процессом, эти системы начинают вести себя идентично.

Как уже отмечалось, явления синхронизации и индуцированной шумом синхронизации достаточно хорошо изучены. Однако до настоящего момента не было описано, что же происходит на стыке этих двух явлений.

В настоящей работе рассмотрена индуцированная шумом синхронизация в неавтономных системах на примере двух неавтономных осцилляторов Ван-Дер-Поля под идентичным внешним воздействием с добавлением шума:

$$\begin{aligned}\ddot{x}_1 - (\lambda - x_1^2)\dot{x}_1 + \omega^2 x_1 &= A \sin(\Omega t) + D \xi_n, \\ \ddot{x}_2 - (\lambda - x_2^2)\dot{x}_2 + \omega^2 x_2 &= A \sin(\Omega t) + D \xi_n,\end{aligned}\tag{1}$$

где x_1 и x_2 – состояния первого и второго осцилляторов, соответственно, ω – собственная частота каждой из подсистем, Ω – частота внешнего гармонического сигнала, $\omega=1.0$, $\Omega=0.98$. Параметр ξ_n представляет собой δ коррелированный белый шум ($\langle \xi_n \rangle = 0$, $\langle \xi_n \xi_m \rangle = D\delta(n-m)$), где D – интенсивность шума. Значения остальных параметров системы (1) были выбраны следующими: $\lambda=0.1$, амплитуда внешнего гармонического сигнала $A=0.022$.

В работе исследовано поведение системы двух неавтономных осцилляторов при постоянном значении параметра надкритичности (амплитуды внешнего воздействия) и при изменении интенсивности шума. Показано, что наличие синхронного режима можно диагностировать лишь при комплексном воздействии на модельную систему как шума, так и внешнего гармонического сигнала, а при отдельном влиянии либо шума, либо внешнего сигнала, синхронизация не наблюдается.

Была изучена зависимость длительности переходного процесса T_{trans} , (длительность установления синхронного режима), в зависимости от величины интенсивности шума. Показано, что длительность переходного процесса обратно пропорциональна величине ляпуновской экспоненты, которая, в свою очередь, зависит от интенсивности шума [6]:

$$\lambda \sim \sqrt{D}, \quad (2)$$

Таким образом, в данной работе было исследовано поведение неавтономной динамической системы под действием шума и внешнего гармонического сигнала. Было выявлено при таких условиях существование неавтономной индуцированной шумом синхронизации и исследована зависимость длительности установления синхронного режима от интенсивности шума.

Работа выполнена при поддержке РФФИ 07-02-00044.

ЛИТЕРАТУРА

1. А. Пиковский, М. Розенблюм, Ю. Куртс "Синхронизация. Фундаментальное нелинейное явление" М.: Техносфера, 2003.
2. M.G. Rosenblum, A.S. Pikovsky, J. Kurths // Phys. Rev. Lett. 1996. V. 76. P. 1804.
3. A.E. Hramov and A.A. Koronovskii // Phys. Rev. E. 2005. V. 71. P. 067201.
4. L.M. Pecora and T.L. Carroll // Phys. Rev. Lett. 1990. V. 64. P. 821.
5. S. Fahy and D.R. Hamann // Phys. Rev. Lett. 1992. V. 69. P. 761.
6. A.E. Hramov, A.A. Koronovskii, M.K. Kurovskaya // Phys. Rev. E. 2008. V. 78. P. 036212.

ФАЗОВАЯ МОДУЛЯЦИЯ И ИНТЕРФЕРЕНЦИЯ – ПРИЧИНА ДЕТЕРМИНИРОВАННОГО ХАОСА

И.В. Измайлов, Б.Н. Пойзнер

Томский государственный университет

Генератор есть усилитель, снабжённый положительной обратной связью [1]. Модулятор же изменяет (согласно характеру *внешнего* управляющего воздействия) параметры колебательного процесса. Модулятор – в отличие от генератора – является пассивной системой. Но почему бы в контексте разработки генераторов детерминированного хаоса не ориентироваться на создание автоколебательной системы, которая совмещает свойства генератора и модулятора? Подразумевается, что система не содержит усилителя как такового, но способна быть источником регулярных либо хаотических волн (колебаний).

По мнению авторов, прецедентом такой системы оказывается содержащий насыщающийся поглотитель кольцевой оптический резонатор с внешним полем (система Икеды) [1, 2] и её модификации [3, 4]. Как показали расчёты и эксперименты авторов [1–4], а также В.И. Шмальгаузена, С.А. Ахманова, М.А. Воронцова с коллегами, в этих системах возможна генерация регулярных и хаотических сигналов и структур (в поперечном сечении светового пучка).

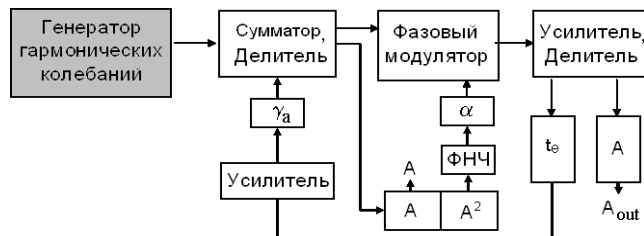


Рис. 1. Блок-схема генератора хаоса, генетически восходящего к НКИ

В приближении, когда входной световой пучок однороден, отсутствуют диффузия молекул в нелинейной среде и крупномасштабное преобразование поля в нелинейном кольцевом интерферометре [4], функциональным аналогом интерферометра служит радиофизическое устройство (рис. 1). Блок «A, A²» представляет собой комбинацию амплитудного детектора и схему возведения в квадрат, а блок «t_e» есть линия задержки с малой дисперсией. Блоки «A, A²», «ФНЧ», «α» и «Фазовый модулятор» – аналог керровской среды в оптике [5]. В отличие от оптического прототипа его радиоаналог относительно просто модифицировать. Пусть в состав устройства на рис. 1 между блоками «A» и «A²» включен фильтр высоких частот (СР-фильтр) с постоянной времени τ_{ФВЧ}. И модель динамики сдвига фазы θ в устройстве на рис. 1 имеет вид

$$\tau_n d\theta/dt = -\theta + K_a \cdot [(A - U_c)/A_{\text{вх max}}]^2, \quad V(t) = V_{\text{вх}}(t) + \gamma_a V(t - \tau),$$

$$\tau_{\Phi ВЧ} dU_c/dt = -U_c + A, \quad (1)$$

где U_c – напряжение на конденсаторе CR-фильтра, $K_a = \alpha \beta A_{\text{вх max}}^2 / \pi^2$ – коэффициент нелинейности, V – напряжение на выходе сумматора, $V_{\text{вх}} = A_{\text{вх}} \sin(\omega t + \varphi_{\text{вх}}(t))$ – входной сигнал (при этом $V(t) = A(t) \cos(\omega t + \varphi(t))$), $\tau = t_e + \theta(t - t_e) / \omega$, γ_a – амплитудный коэффициент передачи сигнала за один обход системы, α – коэффициент передачи умножителя, β – крутизна преобразования электрического напряжения в сдвиг фазы, t_e – составляющая времени запаздывания сигнала (не зависящая от A).

Для функционирования устройства на рис. 1 нет нужды в усилителе – достаточно лишь, чтобы выполнялось условие $\gamma_a < 1$. И его затруднительно отнести к генераторам, поскольку, например, согласно [1, с. 24], генератор должен содержать усилитель. Тем не менее предлагаемое устройство, как и генератор, способно служить источником хаотических либо регулярных колебаний. Предположим, в рассматриваемом устройстве имеет место *положительная* обратная связь ($\omega t_e + \theta(t - t_e) = 2\pi N$). Тогда по отношению к сигналу $V(t)$, циркулирующему в системе, сумматор вкупе с входным сигналом $V_{\text{вх}}(t)$ окажется «интерференционным усилителем». Его коэффициент усиления $A_{\text{вых ус}} / A_{\text{вх ус}}$ является скалярной (вещественной) величиной и равен $1 + [A_{\text{вх}}(t) / (\gamma_a A(t - \tau))] \geq 1$. Для отрицательной же обратной связи это $1 - [A_{\text{вх}}(t) / (\gamma_a A(t - \tau))] \leq 1$. Эффективный коэффициент передачи за проход равен, соответственно, $\pm \gamma_a + (A_{\text{вх}}(t) / A(t - \tau))$.

При $A_{\text{вх}}(t) = \text{const}$ в указанных двух предельных случаях (для положительной и отрицательной обратной связи) амплитуда сигнала на выходе «интерференционного усилителя» с течением времени ($t \rightarrow \infty$) неизбежно стремится к $A_{\text{вх}} / (1 \pm \gamma_a)$, а коэффициент усиления и коэффициент передачи – соответственно к $\pm 1 / \gamma_a$ и к 1. В этих случаях «интерференционный усилитель», действительно, ведёт себя как (не)инвертирующий усилитель с модулем коэффициента усиления $1 / \gamma_a > 1$. В общем случае коэффициент усиления – комплексная величина (в терминах метода комплексных амплитуд), а его модуль может и не превосходить единицы. На языке векторных диаграмм работа этого усилителя описывается вектором, соответствующим комплексной амплитуде внешнего сигнала $V_{\text{вх}}(t) = A_{\text{вх}}(t) \sin(\omega t + \varphi_{\text{вх}}(t))$, поступающего на вход сумматора. Поэтому можно говорить также о «векторном усилителе».

Подчеркнём: в устройстве на рис. 1 нет усилителя как такового. Но *есть усиление*. А его коэффициент (нелинейно) зависит от величины усиливаемого сигнала $V(t)$, циркулирующего в системе. Коэффициент усиления ещё и неявно зависит от $A(t)$ – через зависимость от фазового набега θ в (1). Сочетание нелинейности (усиления) и запаздывания есть предпосылка хаотической динамики. В свете сказанного устройство на рис. 1 правомерно назвать «автомодуляционным» генератором хаоса.

Насколько можно судить, в литературе не представлен сюжет, посвящённый автомодуляционному генератору хаоса радиодиапазона. Рис. 2 и 3 экспериментально ($\omega=144$ МГц, $t_e \approx 10^{-6}$ с) и теоретически демонстрируют принципиальную возможность получения в «автомодуляционном» генераторе хаотических колебаний. Различимы «квазиламинарные» стадии, характерные для режимов с перемежаемостью.

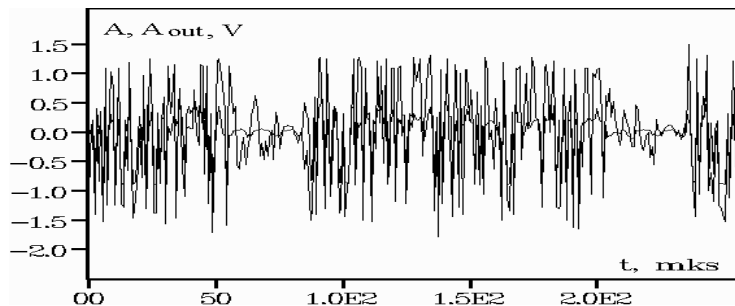


Рис. 2. Сигнал на входе фазового модулятора (A) и его выходе (A_{out}) макета автомодуляционного генератора. Случай сильной нелинейности (K_a) и весьма слабой обратной связи (γ_a)

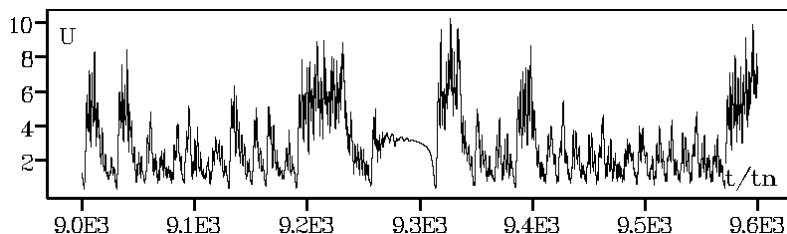


Рис. 3. Хаотическая динамика в системе (1) при $K_a=125$ и $t_e=2\tau_n$

Предлагаемые понятия нуждаются в методологической разработке. Так, в классификации динамических систем [1, с. 17, 233] следует определить место устройства на основе «интерференционного усиления». Предстоит выяснить преимущества интерпретации и описания кольцевой системы с внешним полем как автоколебательной системы, снабжённой нелинейным «усилителем» и обратной связью.

ЛИТЕРАТУРА

1. П.С. Ланда "Нелинейные колебания и волны" М.: Наука, 1997. 496 с.
2. С.П. Кузнецов "Динамический хаос" М: Физматлит, 2001. 296 с.
3. Н.Н. Розанов "Оптическая бистабильность и гистерезис в распределённых нелинейных системах" М.: Наука, 1997. 336 с.
4. И.В. Измайлов, А.В. Лячин, Б.Н. Пойзнер "Детерминированный хаос в моделях нелинейного кольцевого интерферометра" Томск: Изд-во Том. ун-та, 2007. 256 с.
5. И.В. Измайлов, Б.Н. Пойзнер // Материалы междунар. научн. конф. «Системы и модели в информационном мире» (апрель 2009 г., г. Таганрог). Таганрог: Изд-во ТТИ ЮФУ, 2009 (в печати).

КЛАССИФИКАЦИЯ ХАОТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ МАЛОРАЗМЕРНОЙ НЕЛИНЕЙНОЙ ДИНАМИКИ

В.М. Аникин, С.С. Аркадакский, С.Н. Купцов, А.С. Ремизов
Саратовский государственный университет

При исследовании хаотических отображений

$$y_{n+1} = F(y_n), y_{n,n+1} \in [0,1] \quad (1)$$

весьма плодотворным является подход, основанный на применении известных свойств сопряжённых (топологически эквивалентных) отображений [1,2], позволяющий, в частности, свести сложные задачи нелинейной динамики к более простым. В контексте исследования отображений речь идет о возможности соотнесения отображений с различными итерационными и вероятностными свойствами. Сопряженное отображение строится с помощью монотонной замены переменных в (1). Введем в рассмотрение строго монотонную (следовательно, обратимую) функцию $\varphi(y)$, $\varphi(0) = 0$, $\varphi(1) = 1$, которую условимся называть сопрягающей, и выполним в (1) замену переменных вида $y = \varphi^{-1}(x)$, тогда получим новое отображение

$$x_{n+1} = f(x_n), x_{n,n+1} \in [0,1]. \quad (2)$$

Итерируемые функции отображений (1) и (2) связаны соотношением Улама:

$$f(x) = \varphi(F(\varphi^{-1}(x))) \quad (3)$$

Данное соотношение удобно использовать для синтеза отображений с наперёд заданными свойствами, поскольку это функциональное уравнение легко решается, если задана сопрягающая функция и одна из итерируемых функций.

Наиболее интересной является следующая постановка задачи: пусть отображение (2), сопряжённое с (1), является базовым, то есть имеет равномерное инвариантное распределение; необходимо найти уравнение, определяющее в этом случае сопрягающую функцию. Также желательно определить, каким условиям должна удовлетворять итерируемая функция исходного отображения, чтобы базовое для него было кусочно-линейным. Привлекательность решения поставленной задачи заключается в том, что если сопрягающая функция найдена, а базовое отображение является кусочно-линейным, то для анализируемого отображения автоматически становятся известны вероятностные характеристики [2], такие как инвариантное распределение, показатель Ляпунова, собственные числа и

собственные функции оператора Перрона-Фробениуса, автокорреляционная функция.

Проблема заключается в том, что соотношение (3) содержит две неизвестных функции – сопрягающую функцию и итерируемую функцию базового отображения. Поэтому для решения поставленной задачи, из тех или иных соображений необходимо получить дополнительное к (3) уравнение для сопрягающей функции.

Для простоты будем рассматривать отображения с итерируемыми функциями, имеющими полные ветви на двух интервалах монотонности. Это означает, что итерируемую функцию отображения (1) можно представить в виде:

$$F(y) = \begin{cases} F_1(y), & 0 \leq y < p \\ F_2(y), & p \leq y \leq 1 \end{cases} \quad (4)$$

Поскольку функции $F_{1,2}(y)$ строго монотонны и обратимы, обозначим $\Phi_{1,2}(x) = F_{1,2}^{-1}(x)$ - обратные к монотонным ветвям итерируемой функции.

Известно, что функция, сопрягающая исходное отображение (1) с базовым, совпадает с интегральным законом распределения для этого отображения, что позволяет путем несложных преобразований получить следующее уравнение для сопрягающей функции:

$$\varphi(y) = \varphi(\Phi_1(y)) + \varphi(\Phi_2(y)) - \varphi(p). \quad (5)$$

В отличие от аналогичного соотношения для инвариантной плотности, (5) не содержит производных, что в дальнейшем значительно облегчает решение задачи. Соотношение (5) позволяет получить из (3) важные уравнения для итерируемых функций, которые, при кусочно-линейном базовом отображении и при наличии некоторых свойств итерируемой функции $F(x)$, легко разрешаются.

Если итерируемая функция симметрична относительно середины отрезка, выполняется условие:

$$F_2(y) = F_1(1 - y) \quad (6)$$

Несложно показать, что при этом соответствующий оператор Перрона-Фробениуса также обладает симметрией, что влечет за собой симметричное инвариантное распределение, откуда следует, что сопрягающая функция должна удовлетворять соотношению:

$$\varphi(y) = 1 - \varphi(1 - y), \quad (7)$$

Это как раз недостающее уравнение, для решения нашей задачи. С учётом (7) можно упростить уравнение (5), связывающее итерируемую и сопрягающую функции, после тривиальных преобразований получаем:

$$\varphi(y) = 2\varphi(\Phi_1(y))$$

$$\varphi(y) = 2 - 2\varphi(\Phi_2(y))$$

Подставляя полученные уравнения в соотношение Улама (3), сразу же получаем монотонные ветви базового отображения:

$$f_1(x) = 2x, \quad (8)$$

$$f_2(x) = 2 - 2x. \quad (9)$$

Соотношения (8, 9) определяют итерируемую функцию кусочно-линейного отображения tent-map [2,3].

Для случая асимметричной итерируемой функции получаются аналогичные результаты, с той лишь разницей, что базовым отображением оказывается двоичный сдвиг Бернулли.

Следовательно, любое отображение с симметричной (или асимметричной) итерируемой функцией является топологически эквивалентным отображению tent-map (или сдвигу Бернулли), и все их вероятностные характеристики легко вычисляются (показатель Ляпунова и собственные числа оператора Перрона-Фробениуса просто совпадают с таковыми для кусочно-линейных отображений [3], а инвариантная плотность и корреляционная функция пересчитываются по известной сопрягающей функции [1,2]).

Для нахождения сопрягающей функции удалось получить итерационное соотношение. Его корректность и работоспособность продемонстрирована на тестовых задачах. Представляется полезным строгое доказательство сходимости данной итеративной процедуры в общем случае.

ЛИТЕРАТУРА

1. А.Ф. Голубенцев, В.М. Аникин // Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика. 2005. Т. 13. № 1. С. 3.
2. В.М. Аникин, А.Ф. Голубенцев «Аналитические модели детерминированного хаоса». М.: ФИЗМАТЛИТ, 2007.
3. В.М. Аникин В.М., А.С. Ремизов, С.С. Аркадакский // Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика. 2007. Т. 15. № 2. С. 62.

РЕЛАКСАЦИОННЫЕ СВОЙСТВА
ХАОТИЧЕСКИХ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ
С ПОЗИЦИИ ОПЕРАТОРНОГО АНАЛИЗА

В.М. Аникин, С.С. Аркадакский, А.С. Ремизов,
С.Н. Купцов, Л.П. Василенко
Саратовский государственный университет

В теории и модельных приложениях динамических систем, демонстрирующих хаотическое поведение, фундаментальную роль играет ассоциированный с системой линейный оператор Перрона-Фробениуса (ОПФ), описывающий преобразование вероятностных распределений под действием хаотического отображения, а именно: собственные числа и собственные функции оператора определяют скорости установления в системе равновесного (инвариантного) распределения и расщепления корреляций [1].

В работе предложен метод аналитического решения спектральной задачи для ОПФ кусочно-линейного отображения Реньи

$$x_{n+1} = \beta \bmod 1, \quad 1 < \beta < 2 \quad (1)$$

в пространстве кусочно-полиномиальных функций на основе построения производящей функции для собственных функций в форме полиномов. Отображению (1) отвечает ОПФ

$$P\rho(x) = \frac{1}{\beta} \left[\rho\left(\frac{x}{\beta}\right) \theta_{0,1}(x) + \rho\left(\frac{x+1}{\beta}\right) \theta_{0,\beta-1}(x) \right], \quad (2)$$

где $\rho(x)$ – преобразуемая функция, $\theta_{0,1}(x)$ – характеристическая функция единичного интервала, $\theta_{0,\beta-1}(x)$ – характеристическая функция интервала $(0, 1 - \beta)$.

Эволюционные и вероятностные свойства отображения Реньи существенно зависят от значения параметра отображения β . Так, инвариантная плотность отображения, в случае значений параметра, совпадающих с простыми числами Пэрри, представляется кусочно-постоянной функцией, терпящей разрывы в конечном числе точек единичного интервала определения отображения [2]. В частности, для трех значений параметра (одно из них определяется кубическим уравнением с корнем из единичного интервала [3] вида $\beta_1 = 1 + \frac{1}{\beta_1} + \frac{1}{\beta_1^2}$, $\beta_1 \approx 1.83928676$)

инвариантная плотность отображения представляется трехступенчатой функцией. Предполагая, что в тех же точках происходит разрыв и высших

собственных функций оператора, поставим задачу определения собственных функций в форме кусочно-непрерывных полиномиальных функций:

$$\psi_n(x) = \varphi_{n,0}(x)\theta_{0,1}(x) + \varphi_{n,1}(x)\theta_{0,\beta-1}(x) + \varphi_{n,2}(x)\theta_{0,\beta(\beta-1)-a}(x), \quad (3)$$

где функции $\varphi_{n,k}(x) = x^n + a_{n-1}^{(k)}x^{n-1} + \dots + a_1^{(k)}x + a_0^{(k)}$ - полиномы степени n , а константа $a = 0$ для β_2 и $a = 1$ для β_1 и β_3 (значений параметра, обуславливающих трехступенчатое распределение); индексы индикаторных функций определяют точки разрыва.

Подстановка (3) в уравнение, определяющее собственные функции $\psi_n(x)$ и собственные числа λ_n линейного оператора, т.е. в уравнение

$$P\psi_n(x) = \lambda_n \psi_n(x), \quad n = 0, 1, 2, \dots, \quad (4)$$

после некоторых преобразований дает функциональное уравнение для первого набора полиномов (далее выкладки приведены для значения β_1):

$$\varphi_{n,0}(x) = \frac{1}{\beta\lambda_n} \varphi_{n,0}\left(\frac{x}{\beta}\right) + \frac{1}{(\beta\lambda_n)^2} \varphi_{n,0}\left(\frac{x+\beta}{\beta^2}\right) + \frac{1}{(\beta\lambda_n)^3} \varphi_{n,0}\left(\frac{x+\beta^2+\beta}{\beta^3}\right). \quad (5)$$

Из (5) немедленно следует уравнение для собственных чисел оператора:

$$\gamma_n^3 - \gamma_n^2 - \gamma_n - 1 = 0, \quad \gamma_n = \beta^{n+1}\lambda_n, \quad (6)$$

Решая (6), найдем собственные числа оператора:

$$\lambda_n^1 = \frac{1}{\beta^n}, \quad \lambda_n^{2,3} = \lambda_n^1 \frac{\gamma_{2,3}}{\beta}, \quad (7)$$

где

$$\gamma_{2,3} = -\frac{\beta-1}{2} \mp i \frac{1}{2\beta} \sqrt{5 - (\beta-2)^2}. \quad (8)$$

Таким образом, ОПФ для значения параметра отображения $\beta = \beta_1$ имеет счетный набор действительных и два счетных набора комплексно-сопряженных собственных чисел.

Используя данные результаты, запишем функциональное уравнение для производящей функции собственных функций ОПФ. Согласно общему подходу [1], производящая функция ищется посредством разделения переменных в виде

$$F_0(x, t) = \sum_{n=0}^{\infty} \varphi_{n,0}(x) \frac{t^n}{n!} = e^{xt} H_0(t) = e^{xt} \sum_{m=0}^{\infty} h_{m,0} \frac{t^m}{m!}. \quad (9)$$

В случае действительной последовательности собственных чисел для производящей функция (912) получается уравнение

$$F_0(x, t) = \frac{1}{\beta} F_0\left(\frac{x}{\beta}, \beta t\right) + \frac{1}{\beta^2} F_0\left(\frac{x + \beta}{\beta^2}, \beta^2 t\right) + \frac{1}{\beta^3} F_0\left(\frac{x + \beta^2 + \beta}{\beta^3}, \beta^3 t\right). \quad (10)$$

из которого, разделяя переменные, для вспомогательной функции $H_0(t)$ получается уравнение уже только от одной переменной:

$$H_0(t) = \frac{1}{\beta} H_0(\beta t) + \frac{1}{\beta^2} e^{\beta t} H_0(\beta^2 t) + \frac{1}{\beta^3} e^{t(\beta^2 + \beta)} H_0(\beta^3 t), \quad (11)$$

Из уравнения (11) с помощью метода степенных рядов получается непротиворечивая рекуррентная формула для коэффициентов $h_{k,0}$ разложения в степенной ряд функции $H_0(t)$:

$$h_{m,0} = \frac{\beta^{2m}}{(\beta^3 - \beta^2 \beta^m - \beta \beta^{2m} - \beta^{3m})} \sum_{k=1}^m h_{m-k,0} C_m^k (\beta \beta^{-k} + \beta^m \beta^{-3k} (\beta^2 + \beta)^k), \quad (12)$$

где $m = 1, 2, \dots$, а $h_{0,0} = \beta^2 / (3\beta^2 - 2\beta - 1)$ (это следует из условия нормировки собственных и производящих функций [1]). Имея рекуррентное соотношение (12), можно построить искомые наборы полиномов:

$$\varphi_{n,0}(x) = \sum_{k=0}^n C_n^k h_{k,0} x^{n-k},$$

$$\varphi_{n,1}(x) = \frac{1}{\beta \lambda_n} \varphi_{n,0}\left(\frac{x+1}{\beta}\right), \quad \varphi_{n,2}(x) = \frac{1}{(\beta \lambda_n)^n} \varphi_{n,0}\left(\frac{x+\beta+1}{\beta^2}\right),$$

т.е. сформировать окончательные выражения (3) для собственных функций ОПФ. Аналогично задача решается и для других значений параметра β .

Повторные действия оператора на разложения вероятностных характеристик системы в ряды по собственным функциям демонстрируют зависимость скорости установления стационарных (в вероятностном смысле) свойств системы именно от величин собственных чисел ОПФ.

ЛИТЕРАТУРА

1. В.М. Аникин, А.Ф. Голубенцев «Аналитические модели детерминированного хаоса». М.: ФИЗМАТЛИТ, 2007.
2. В.М. Аникин, С.С. Аркадакский, А.С.Ремизов, С.Н. Купцов, Л.П. Василенко // Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика. 2008. Т. 16, № 6. С. 46.
3. В.М. Аникин, С.С. Аркадакский // Радиотехника. 2005, № 4. С. 63.

ОТЛИЧИЯ ВРЕМЕННОГО РЯДА ВНУТРИЧЕРЕПНОЙ ЭЭГ КРЫС В НАЧАЛЕ И КОНЦЕ ЭПИЛЕПТИЧЕСКОГО РАЗРЯДА

М.В. Глушкова, Т.В. Диканев
СГУ им. Н.Г. Чернышевского, ФНиБМТ

Введение

Абсанс-эпилепсия – заболевание головного мозга, проявляющееся во внезапном очень кратковременном бессознательном состоянии. В нашем распоряжении имелись внутричерепные записи от пяти крыс, генетической линии WAG/Raj, выведенных как модели этого заболевания [1]. Записи содержали от 33 до 120 эпилептических разрядов. При абсанс-эпилепсии на электроэнцефалограмме (записи электрических потенциалов мозга) наблюдается так называемый эпилептический разряд – почти периодические колебания высокой амплитуды (рис.1).

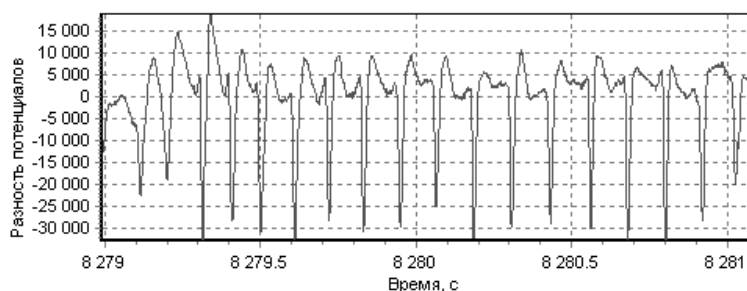


Рис. 1. Временной ряд ЭЭГ из передней коры во время эпилептического разряда.

Целью работы было проследить за изменением ЭЭГ перед и в течение разряда. Обнаружение каких-либо изменений до разряда имеет практическую важность в связи с актуальной задачей поиска предвестников припадка. Исследование изменений в течение разряда представляет интерес для физиологов в связи с тем, что механизмы, ответственные за возникновение и развитие разряда плохо изучены. Выделение стадий внутри припадка или обнаружение изменений его характеристик от начала к концу может послужить лучшему пониманию происходящих процессов.

В ходе работы в скользящем окне рассчитывались статистические характеристики, коэффициент фазовой синхронизации. Кроме того, были подобраны оптимальные параметры модельного отображения

$$x_{n+PL} = f(x_n, x_{n-lag}, x_{n-2*lag}, \dots, x_{n-(dim-1)*lag}).$$

В перспективе это отображение с подобранными параметрами планируется использовать для оценки характеристик связи между отведениями с помощью причинности по Грейнджеру [2].

Статистические характеристики

Для анализа было выбрано отведение ЭЭГ с электрода в передней коре (FC). Затем в скользящем окне рассчитывались различные характеристики временного ряда: стандартное отклонение, характерный период, спектр мощности, мощность сигнала в диапазоне частот.

На этих зависимостях мы искали предвестники разряда (изменение характеристики перед разрядом), а так же общие для всех разрядов закономерности их изменения от начала к концу.

На графике зависимости стандартного отклонения (рис.2) от времени предвестников не обнаружено. Вначале разряда стандартное отклонение наибольшее, за первые 1-2 секунды оно спадает. Далее существует три варианта поведения, наблюдающиеся для разрядов разной длины. Для коротких разрядов (3–5 сек) оно продолжает плавно падать. Для разрядов средней длины (5–7 сек), как правило, стабилизируется. А для длинных разрядов (более 7 сек) стандартное отклонение опять возрастает. Отметим, что при этом высота пиков (размах колебаний) остается постоянным.

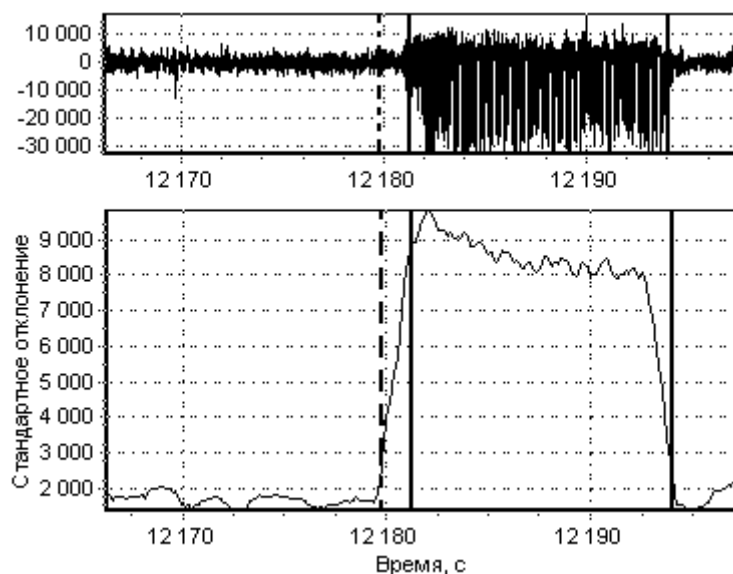


Рис.2. (Сверху) Участок ЭЭГ, содержащий эпилептический разряд. Сплошными линиями показано начало и конец разряда, расстояние от штриховой линии до первой сплошной – длина скользящего окна. (Снизу) Среднеквадратичное отклонение в скользящем окне шириной 1,5 сек.

По максимуму на автокорреляционной функции определялся характерный период. От начала к концу припадка он возрастает.

На графике спектра мощности до приступа четко выраженных пиков не было обнаружено, а во время припадка у всех крыс есть пик на частоте около 8 Гц. Можно предположить, что в одних отделах мозга подобные колебания появляются раньше, чем в других. А затем эти колебания навязываются всем остальным отделам. Поэтому в скользящем окне была посчитана мощность, приходящаяся на диапазон частот f_1, f_2 , где

$f_1 = f_0 - 0,5$, $f_2 = f_0 + 0,5$, где f_0 - это значение максимума в спектре мощности. Однако значимых изменений этой характеристики до припадка не обнаружено.

Фазовые характеристики

С помощью преобразования Гильберта были получены фазы сигналов в разных отведениях. По ним в скользящем окне рассчитывался коэффициент фазовой синхронизации [3]:

$$K = \sqrt{\left(\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \cos \Delta \varphi_i\right)^2 + \left(\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \sin \Delta \varphi_i\right)^2}$$

Во время припадка коэффициент фазовой синхронизации возрастает. Значимость коэффициента фазовой синхронизации проверялась с помощью суррогатных временных рядов [4].

Подбор параметров модельного отображения при реконструкции по временному ряду ЭЭГ

Также была осуществлена реконструкция модельных отображений вида:

$$x_{n+PL} = f(x_n, x_{n-lag}, x_{n-2*lag}, \dots, x_{n-(dim-1)*lag}),$$

где $\{x_i\}_{i=1}^N$ - временной ряд. Реконструкция производилась по первой и последней секунде разряда. Функция f искалась в виде степенного полинома. Оптимальные параметры отображения: размерность (dim), лаг (lag), а также порядок полинома подбирались с помощью критерия Шварца [5].

ЛИТЕРАТУРА

1. A.M.L. Coenen and E.L J.M. van Luijtelaaar // Behavior Genetics. 2003. V. 33(6). P. 635.
2. C.W.J. Granger // Econometrica. 1969. Vol. 37. No. 3. P. 424.
3. А. Пиковский, М. Розенблюм, Ю. Куртс. "Синхронизация. Фундаментальное нелинейное явление" М.: Техносфера, 2003.
4. T. Schreiber and A. Schmitz Surrogate time series // Physica D. 2000. V. 142. P. 346.
5. G. Schwarz // The Annals of Statistics. 1978. V. 6, No. 2. P. 461.

ДИНАМИКА ЛОКАЛЬНЫХ ПОТЕНЦИАЛОВ МОЗГА ПРИ ЭПИЛЕПСИИ: ЭМПИРИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Е.В. Филина¹, Д.А. Смирнов², Б.П. Безручко^{1,2}

¹Саратовский Государственный Университет им. Н.Г. Чернышевского

²Саратовский филиал Института радиотехники и электроники РАН

Введение. Применение методов математического моделирования, в том числе и методов нелинейной динамики, для анализа биомедицинских данных – актуальное междисциплинарное направление исследований. Так, множество работ посвящено исследованию электроэнцефалограмм (ЭЭГ) пациентов с эпилепсией с целью локализации очага патологии и поиска предвестников припадка. Хотя эпилепсия является одним из весьма распространенных заболеваний нервной системы (1 % населения), очень часто причины заболевания и механизмы формирования эпилептического припадка остаются неясными. Особое внимание привлекает так называемая absence-эпилепсия (неконвульсивная форма эпилепсии), что обусловлено непредсказуемостью приступов и ее широким распространением среди детей.

Многие исследования глубинных структур мозга при absence-эпилепсии проводятся на генетически модифицированных крысах линии WAG/Rij, которые являются признанными моделями absence-эпилепсии человека. Эпилептический припадок во временной реализации локального электрического потенциала, т.е. на записи внутричерепной ЭЭГ, отражается как пик-волновой разряд (почти периодическое следование комплексов «пик-волна»). В ряде работ были выделены структуры мозга, в которых наиболее сильно проявляется разряд, см., например, [1]. Однако нет надежных данных о начале его формирования: является ли одна из этих структур «ведущей» (очагом патологии) и какая? или причина возникновения разряда состоит в изменениях силы связей между структурами? Целью работы является количественное исследование изменений в динамике локальных потенциалов, которые происходят перед разрядом, с помощью построения эмпирических моделей по записям ЭЭГ из различных структур мозга.

Экспериментальные данные. Данные предоставлены Е.Ю. Ситниковой (Институт высшей нервной деятельности и нейрофизиологии РАН, Москва) и Ж. ван Луйтелааром (Университет Наймегена, Нидерланды). Животным вживлялись в подлежащие изучению структуры мозга электроды, с которых производились длительные записи ЭЭГ во время различных физиологических состояний: припадок, сон, бодрствование, пассивное состояние и т.д. ЭЭГ записывались одновременно с затылочной и лобной коры головного мозга, ретикулярного и вентропостеромедиального ядер таламуса.

Анализировались пять крыс. Общая продолжительность записей составила 31 час, в том числе 293 пик-волновых разряда длиной от 5 до 15 сек, и длительные участки пассивного бодрствования («фоновая» ЭЭГ).

Методика исследования. Из всех записей ЭЭГ были выделены интервалы фоновой ЭЭГ, «пред-разрядные», и «после-разрядные» интервалы (длиной 1 секунда). Для каждой крысы и каждой ее структуры мозга проводились следующие расчеты. Для каждого интервала (фона и разряда) строилась эмпирическая математическая модель (см. ниже). Найденная оптимальная размерность модели d^* и соответствующая ей величина среднего квадрата ошибки прогноза σ^2 являются количественными характеристиками сложности и предсказуемости моделируемого процесса. Рассчитывались средние значения d^* и σ^2 в фоне, перед разрядом и после разряда и оценивались ошибки оценки этих средних. Эти средние значения сравнивались друг с другом для выявления статистически значимого отличия «фоновой» динамики от других.

Метод построения модели. Строилась авторегрессионная модель

$$x_n = a_0 + a_1 x_{n-1} + \dots + a_d x_{n-d} + \xi_n, \quad (1)$$

где x – наблюдаемая переменная (локальный потенциал), n – дискретное время (для исследуемых данных один временной шаг составляет примерно 1 мс, т.к. частота выборки равна 1024 Гц); d – размерность модели; ξ_n – шум, определяющий наличие ошибок прогноза модели. Значения коэффициентов a_k определяются по временному ряду величины x методом наименьших квадратов [2], т.е. так, чтобы минимизировать эмпирическую дисперсию этих ошибок. Обозначим это минимальное значение $\sigma^2(d)$.

Для выбора значения размерности модели минимизируется критерий Шварца [3]:

$$\Phi = \frac{N}{2} \ln \sigma^2(d) + \frac{d+1}{2} \ln N, \quad (2)$$

где N – длина временного ряда (число значений наблюдаемой на исследуемом интервале). Величина d^* доставляет ему минимум. Соответствующую дисперсию $\sigma^2(d)$ обозначим просто σ^2 и будем представлять ее значение, деленное на дисперсию сигнала $\sigma^2/\text{var}[x]$.

Результаты. Анализ ЭЭГ из различных структур мозга для набора интервалов фоновой и пред-разрядной активности позволил выявить в среднем уменьшение размерности модели перед разрядом по сравнению с фоновой активностью (рис.1, слева). У всех пяти животных динамика локальных потенциалов упрощается перед разрядом, что надежно фиксируется для лобной коры. Тот же эффект имеет место для обоих ядер таламуса, больше для ретикулярного (не показан). Это упрощение не наблюдается только для затылочной коры, что согласуется со сведениями

о ее пассивной роли в формировании припадка. Динамика после разряда имеет практически те же характеристики, что и пред разрядом.

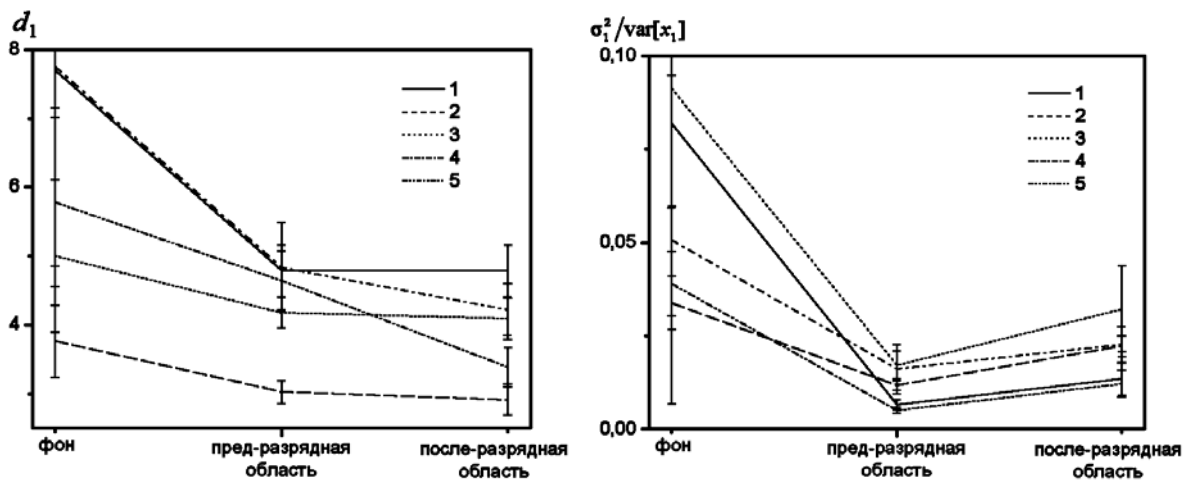


Рис. 1. Средние значения оптимальной размерности модели и ошибки прогноза для различных состояний. Показаны 95%-ные доверительные интервалы, т.е. \pm удвоенная ошибка оценки среднего.

Аналогично, нормированная ошибка прогноза уменьшается перед разрядом, т.е. растет предсказуемость динамики (рис.1, справа).

Статистические критерии сравнения средних [4] свидетельствуют о том, что обнаруженное уменьшение d^* и $\sigma^2/\text{var}[x]$ статистически значимо на уровне $p < 0.05$, т.е. с доверительной вероятностью не менее 0.95.

Выводы. Выявлено упрощение динамики локальных потенциалов мозга перед пик-волновым разрядом по сравнению с фоновой активностью крыс – моделей эпилепсии. Оно особенно заметно в лобной коре и ретикулярном ядре таламуса, что позволяет предположить более активную роль именно этих двух структур при формировании разряда. Для более уверенного ответа на этот вопрос требуется дальнейший анализ, в том числе и построение совместных авторегрессионных моделей, учитывающих динамику сразу нескольких наблюдаемых процессов.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (гранты 07-02-00747, 08-02-00081) и программ РАН и Министерства образования РФ.

ЛИТЕРАТУРА

1. Н.К.М. Meeren, J.P.M. Pijn et al. // J. Neurosci. 2002. No 22. P. 1480.
2. Дж. Себер “Линейный регрессионный анализ” М.: Мир. 1974.
3. G. Schwartz // Ann. Stat. 1978. V. 6. P. 461.
4. Е.И. Куликов “Прикладной статистический анализ” М.: Радио и связь, 2003. С. 218-219

ИССЛЕДОВАНИЕ НАПРАВЛЕНИЯ СВЯЗИ МЕЖДУ РИТМАМИ СЕРДЕЧНО-СОСУДИСТОЙ СИСТЕМЫ ЧЕЛОВЕКА

В.С. Хорев¹, В.И. Пономаренко^{1,2}, М.Д. Прохоров^{1,2}

¹ Саратовский Государственный Университет им. Н.Г.Чернышевского

² СФ ИРЭ им. В.А.Котельникова РАН

Для живых организмов характерно существование различных сложных ритмических процессов, многие из которых взаимодействуют между собой. В результате взаимодействия ритмические процессы, определяющие деятельность сердечно-сосудистой системы человека, могут оказаться синхронизованными [1]. Например, известно, что основной сердечный ритм может быть синхронизирован с дыханием. Таким образом, задача разработки методов диагностики синхронизации и оценки наличия, силы и преимущественного направления воздействия между сигналами по экспериментальным временным рядам является весьма актуальной [2].

В данной работе с помощью различных методов проведено исследование направления связи и синхронизации между дыханием и низкочастотными колебаниями кровяного давления и сердечного ритма, имеющими собственную частоту около 0.1 Гц. У 16 здоровых людей в возрасте от 20 до 40 лет в течение 10 минут одновременно регистрировались сигналы дыхания, ЭКГ и пульсограммы. Всего было проведено 40 записей. Медленные колебательные процессы с частотой около 0.1 Гц выделялись из ЭКГ и пульсограмм с помощью полосовой фильтрации в интервале 0.05-0.15 Гц. Затем с помощью преобразования Гильберта рассчитывались фазы исследуемых ритмов.

Степень синхронизованности анализируемых сигналов оценивалась в работе с помощью расчета интегральной численной меры – «суммарного процента фазовой синхронизации», представляющей собой сумму длин временных интервалов, на которых наблюдается фазовая синхронизация различных порядков $n:m$, отнесённую к длине реализации и выраженную в процентах. Для автоматического поиска участков фазовой синхронизации был использован следующий метод. С помощью сглаживающего полинома в скользящем окне строилась производная разности фаз исследуемых сигналов. Фазовая синхронизация диагностировалась на временном интервале L в случае, если выполнялись следующие условия: значение производной в рассматриваемом интервале по модулю не превышало D_{\max} , эмпирическая оценка математического ожидания на интервале лежала в коридоре значений $\pm D_{\text{srmax}}$, а величина интервала была не менее L_{\min} .

Для оценки направления воздействия колебательных процессов по их экспериментальным временным рядам был применён метод, основанный на моделировании фазовой динамики. Из полученных моделей оценивалась сила воздействия колебательных систем друг на друга.

Другим методом, применённым в данной работе для оценки связи между процессами, была функция когерентности. Функция когерентности является аналогом коэффициента корреляции в частотной области и отражает степень линейной взаимосвязи гармонических компонент рассматриваемых процессов. Чем ближе функция когерентности к единице на данной частоте f , тем больше совпадение гармонических составляющих на этой частоте.

Для каждого испытуемого были рассчитаны значения коэффициента фазовой синхронизации в зависимости от пробного времени запаздывания, обобщённый коэффициент фазовой синхронизации, оценки силы связи с помощью метода, основанного на моделировании фазовой динамики и фазовая когерентность. Результаты демонстрировали повторяемость в большинстве случаев для одного пациента.

Обнаружено преимущественное воздействие дыхания на низкочастотные колебания кровяного давления и сердечного ритма с частотой вблизи 0.1 Гц. Для ритмов с частотой 0.1 Гц, наблюдаемых в ЭКГ и пульсограмме, обнаружена связь в обоих направлениях. Показано, что эти ритмы могут быть синхронизованы между собой, что может быть объяснено с точки зрения само- и взаимной адаптации, как регуляторный механизм стабилизации кровоснабжения организма.

Работа выполнена при поддержке РФФИ, гранты № 07–02–00589 и № 07–02–00747, и целевой программы «Развитие научного потенциала высшей школы».

ЛИТЕРАТУРА

1. M.D. Prokhorov, V.I. Ponomarenko, V.I. Gridnev, M.B. Bodrov, A.B. Bespyatov // Phys. Rev. E. 2003. V. 68. P. 041913.
2. L. Cimpaneriu, M. Rosenblum, A. Pikovsky // Phys. Rev. 2004. V. 70. P. 046213.