

СЕКЦИЯ 8. ГИДРОДИНАМИЧЕСКИЕ ВОЛНЫ И ТЕЧЕНИЯ

Расчет вязкого дрейфового течения на склонах ветровых волн в начале разгона

О.Н. Мельникова, К.В. Показеев 2

Аналитическое исследование нелинейного резонанса на плоской поверхности, стратифицированной по плотности, жидкости

Н.А. Петрушов..... 4

Роль внутренних волн в процессах развития интрузий в термоклине и апвеллинга

Б.И. Самолюбов, И.Н. Иванова..... 7

Нелинейный анализ эффекта «мертвой воды»

М.С. Федоров..... 11

Волны – убийцы в океане

Н.К. Шелковников..... 15

Расчет вязкого дрейфового течения на склонах ветровых волн в начале разгона

О.Н. Мельникова, К.В. Показеев

Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, физический факультет
olamel@yandex.ru

В работе предлагается методика расчета вязкого дрейфа на склонах волн в зоне их генерации. Методика основана на физической модели процесса, представленной нами ранее [1]. Экспериментально было показано, что скорость ветрового вязкого дрейфа возрастает на заднем склоне волны и существенно уменьшается на переднем склоне волны. В предыдущих работах [2] экспериментально установлено, что на переднем склоне волны в расширяющемся вязком слое ветрового потока (так как скорость ветра убывает в направлении движения [3]) происходит регулярный процесс формирования цепочки вихрей. Цепочка движется вверх по потоку, оставаясь в вязком слое, затем в конце цикла выбрасывается вверх за счет модифицированной силы Жуковского. Под вихрями в зоне пониженного давления происходит деформация поверхности воды – поверхность смещается в направлении вихрей. В результате в деформированном вязком слое воздуха ламинарный поток обтекает цепочку вихрей, движущуюся навстречу потоку, причем тангенциальная скорость в нижней точке вихрей направлена навстречу течению. На заднем склоне волны, где скорость воздушного потока растет в направлении движения [3] и вязкий слой сужается, вихри не образуются, и деформации вязкого слоя не наблюдается в эксперименте. Отсутствие симметрии деформации поверхности воды на склонах волны подтверждает предложенную модель образования вихрей – другие модели, связанные, например, с изгибом поверхности воды, должны давать симметричную картину деформации. Схема течения в вязком слое воздуха на склонах волны представлена на рис. 1.

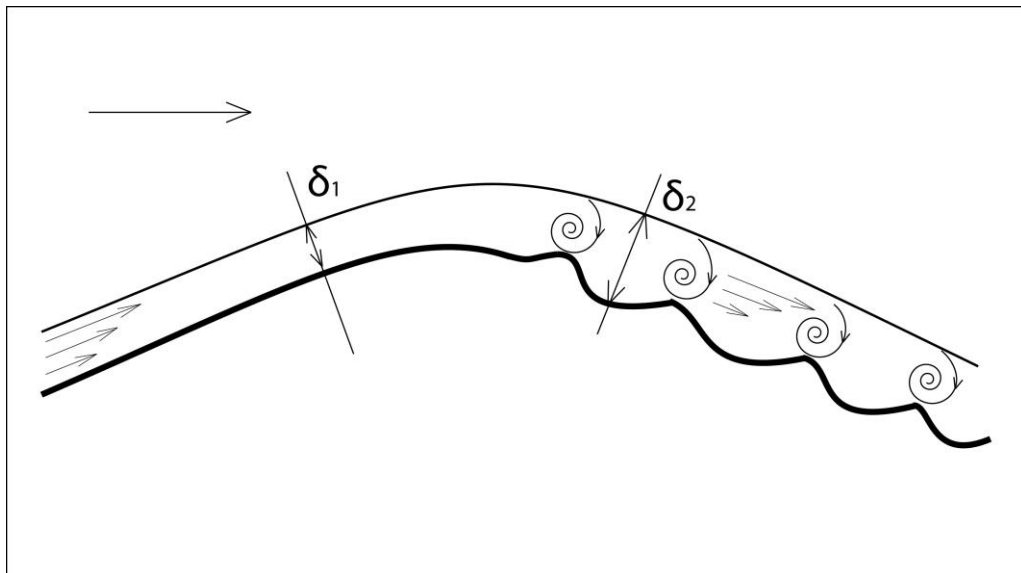


Рис. 1. Схема течения в вязком слое воздуха на склонах ветровой волны (фазовая скорость волны меньше скорости ветра)

Для построения методики расчета вязкого дрейфа необходимо определить распределение скорости в вязком слое воздуха вблизи поверхности раздела для того, чтобы, используя равенство касательных напряжений в воздухе и воде, поставить

граничное условие на верхней границе вязкого слоя воды. Для решения этой задачи был использован ряд упрощений – рассматривался горизонтальный вязкий слой воздуха, в котором стационарный фоновый поток с линейным вертикальным профилем скорости обтекает цепочку твердотельных вихрей равной интенсивности, вихри движутся навстречу потоку с постоянной скоростью. Считается, что поверхность воды смещается к границе твердотельного вихря под вихрем, проводится осреднение координаты поверхности воды вдоль склона.

Характеристики вязких слоев и поля скорости фонового потока находятся по экспериментальным данным для заданной скорости ветра [2]. Параметры вихрей рассчитываются из условия сохранения завихренности фонового течения в вязком слое. Осредненный период отрыва вихрей и расстояние между вихрями определяются характеристиками ветрового потока вне пограничного слоя (скорость ветра и перепад скорости на склоне волны) по полуэмпирическим соотношениям, полученным ранее [2].

Для расчета поля скорости записывался комплексный потенциал для возмущений сдвигового течения, обтекающего цепочку вихрей, перемещающейся навстречу течения с постоянной скоростью. Скорость считалась фиксированной и определялась известным решением Ламба для цепочки вихрей у поверхности раздела вода-воздух. Далее определялась комплексно сопряженная скорость возмущений. Реальная часть этой скорости определяла зависимость горизонтальной скорости от координат. С помощью полученного выражения рассчитывалась производная скорости по вертикальной координате для осредненного положения водной поверхности, что позволяло определить касательное напряжение на границе вода-воздух. Расчет велся только под центром вихря, что вносит дополнительные погрешности при увеличении расстояния между вихрями.

На нижней границе вязкого слоя в воде скорость дрейфа считалась равной нулю, что соответствует экспериментальным данным. Упрощением задачи при расчете дрейфового течения служило предположение, что толщина слоя не меняется вдоль склона волны и течение является стационарным. Для такой постановки задачи использовалось решение Ламба о развитии дрейфового течения при постоянном ветре в слое воды конечной глубины.

Полученное решение было сопоставлено с экспериментальными данными, полученными в лаборатории кафедры физики моря и вод суши физического факультета МГУ. Установка представляет собой прямой канал с прозрачными стенками длиной 3.5 м и шириной 20 см. Параметры волн и скорость дрейфа определялись по видеозаписи процесса, скорость ветра определялась анемометром. Исследован диапазон значений скорости ветра $3 - 7 \text{ м с}^{-1}$, длин волн $4.5 - 8 \text{ см}$, крутизны волн $0.22 - 0.31$. Для этого диапазона параметров отклонение результатов расчета от экспериментальных данных не превышают доверительный интервал для вероятности 0.67, составляющий 10% от измеряемой величины. Это позволяет заключить, что представленная модель отражает наиболее важные особенности процесса.

ЛИТЕРАТУРА

1. О.Н. Мельникова и др. // Извест. РАН. Сер. физ. 2012. Т. 76. № 12. С.1515.
2. И.Н. Иванова и др. // Извест. РАН. Сер. физ. 2004. Т.68. № 12. С.1759
3. L. Grare et al. // J. Fluid. Mech. 2013. V. 722. P. 5.

Аналитическое исследование нелинейного резонанса на плоской поверхности, стратифицированной по плотности, жидкости

Н.А. Петрушов

Ярославский государственный университет имени П.Г. Демидова
mikola_imba@mail.ru

Исследование комбинационных резонансов в слоисто-неоднородной жидкости показало, что взаимодействие реализуется между поверхностными волнами, порожденными свободной поверхностью, только при каталитическом влиянии внутренней волны, появление которой обусловлено наличием границы раздела сред.

Решена задача о расчёте характеристик капиллярно-гравитационных поверхностных и внутренних волн на плоских поверхностях раздела сред в стратифицированной по плотности жидкости в электростатическом поле. Полагалось, что верхней средой является вакуум, напряженность электростатического поля в котором равна \vec{E}_0 , \vec{g} - ускорение свободного падения. Толщина верхнего слоя идеальной несжимаемой диэлектрической жидкости с массовой плотностью ρ_1 и диэлектрической проницаемостью ε_d равна h . Нижняя идеально проводящая идеальная несжимаемая жидкость с плотностью ρ_2 заполняет нижнее полубесконечное пространство (полагаем $\rho_2 > \rho_1$). Коэффициент поверхностного натяжения свободной поверхности верхней жидкости σ_1 , а границы раздела сред σ_2 .

Задача решалась асимптотическим методом многих временных масштабов с точностью до второго порядка малости включительно. Задача решалась в безразмерных переменных, характерными масштабами были выбраны толщина, плотность верхней жидкости и коэффициент межфазного взаимодействия на свободной поверхности. В качестве малого параметра была выбрана амплитуда начальных возмущений.

В аналитических асимптотических расчетах установлено, что в слоисто-неоднородной жидкости, стратифицированной по плотности, имеет место внутреннее нелинейное взаимодействие. Амплитудные множители в решениях второго порядка малости содержат сомножители, которые являются резонансными. Всего насчитывается восемь нелинейных резонансов:

$$\Omega_1 \square \left[4(\omega_1(k))^2 - (\omega_1(2k))^2 \right]^{-1} \quad (1)$$

$$\Omega_2 \square \left[4(\omega_2(k))^2 - (\omega_2(2k))^2 \right]^{-1} \quad (2)$$

$$\Omega_3 \square \left[4(\omega_1(k))^2 - (\omega_2(2k))^2 \right]^{-1} \quad (3)$$

$$\Omega_4 \square \left[4(\omega_2(k))^2 - (\omega_1(2k))^2 \right]^{-1} \quad (4)$$

$$\Omega_5 \square \left[4(\omega_1(k) + \omega_2(k))^2 - (\omega_1(2k))^2 \right]^{-1} \quad (5)$$

$$\Omega_6 \square \left[4(\omega_1(k) + \omega_2(k))^2 - (\omega_2(2k))^2 \right]^{-1} \quad (6)$$

$$\Omega_7 \square \left[4(\omega_1(k) - \omega_2(k))^2 - (\omega_1(2k))^2 \right]^{-1} \quad (7)$$

$$\Omega_8 \square \left[4(\omega_1(k) - \omega_2(k))^2 - (\omega_2(2k))^2 \right]^{-1} \quad (8)$$

$$\omega_1(k) = \sqrt{-\frac{\eta(k)}{2\gamma(k)} + \sqrt{\left(\frac{\eta(k)}{2\gamma(k)}\right)^2 + \frac{\chi(k)}{\gamma(k)}}} \quad (9)$$

$$\omega_2(k) = \sqrt{-\frac{\eta(k)}{2\gamma(k)} - \sqrt{\left(\frac{\eta(k)}{2\gamma(k)}\right)^2 + \frac{\chi(k)}{\gamma(k)}}} \quad (10)$$

Где $\omega_j(k)$ – частота волны с волновым числом k ; $\eta(k)$, $\gamma(k)$ и $\chi(k)$ – функции от физических параметров задачи. Волны с частотами (9) порождаются свободной поверхностью, а волны с частотами (10) порождаются границей раздела сред.

В резонансных ситуациях (1) и (2) мы имеем дело с вырожденным резонансным взаимодействием волн, заданных в начальный момент, и волн, возбуждающихся из-за нелинейности уравнений гидродинамики, порождаемых одной и той же поверхностью. В вырожденных резонансах (3) и (4) волны, порождённые на одной из границ, взаимодействуют с волнами, порождёнными другой границей. Во вторичных комбинационных резонансах (5), (6), (7) и (8) волны с частотами, являющимися линейными комбинациями частот волн, порождённых на разных границах (9) и (10), взаимодействуют с вторичными волнами, порождёнными одной из границ.

Для детального исследования резонансов из динамического граничного условия второго порядка малости были получены эволюционные уравнения для амплитуд волн (обыкновенные дифференциальные уравнения второго порядка по времени). Исключение секулярных слагаемых из эволюционных уравнений позволило получить системы дифференциальных уравнений первого порядка для каждой резонансной ситуации относительно амплитуд взаимодействующих волн. Например, для резонанса (5) система уравнений имеет вид:

$$iA \frac{\partial \alpha_1(2k, T_1)}{\partial T_1} + B \alpha_2(k, T_1) \alpha_1(k, T_1) \exp(i\delta T_1) = 0 \quad (11)$$

$$iC \frac{\partial \alpha_2(k, T_1)}{\partial T_1} + D \alpha_1(k, T_1) \alpha_1(2k, T_1) \exp(-i\delta T_1) = 0 \quad (12)$$

$$iE \frac{\partial \alpha_1(k, T_1)}{\partial T_1} + F \alpha_2(k, T_1) \alpha_1(2k, T_1) \exp(-i\delta T_1) = 0 \quad (13)$$

где $\alpha_j(k, T_1)$ – амплитуда волны с частотой $\omega_j(k)$; δ – параметр расстройки системы; А, В, С, D, Е и F – функции от физических параметров задачи.

Решение системы дифференциальных уравнений (11), (12) и (13) позволило получить временные зависимости амплитуд волн, взаимодействующих в резонансе (5),

изображенные на рис. 1 при $k=0.5582$, $E_0=9$, $\rho_2=1.0271$, $\sigma_2=0.0107$, $\varepsilon_d=81$. Толстой линией отмечена волна с частотой $\omega_1(k)$, жирной линия – $\omega_2(k)$, тонкая линия – $\omega_1(2k)$. Значения частот равны: $\omega_2(k)=0.2133$; $\omega_1(k)=1.9208$; $\omega_1(2k)=2.1342$. Как видно из рисунка обмен энергиями происходит между поверхностными волнами ($\omega_1(k)$ и $\omega_1(2k)$), а внутренняя волна ($\omega_2(k)$) остается без изменений. Хотя внутренняя волна при реализации резонанса (5) не участвует в энергетическом обмене, она играет каталитическую роль. Расчеты показывают, что если в начальный момент времени амплитуду внутренней волны положить равной нулю, то резонансное взаимодействие поверхностных волн в данном случае не реализуется.

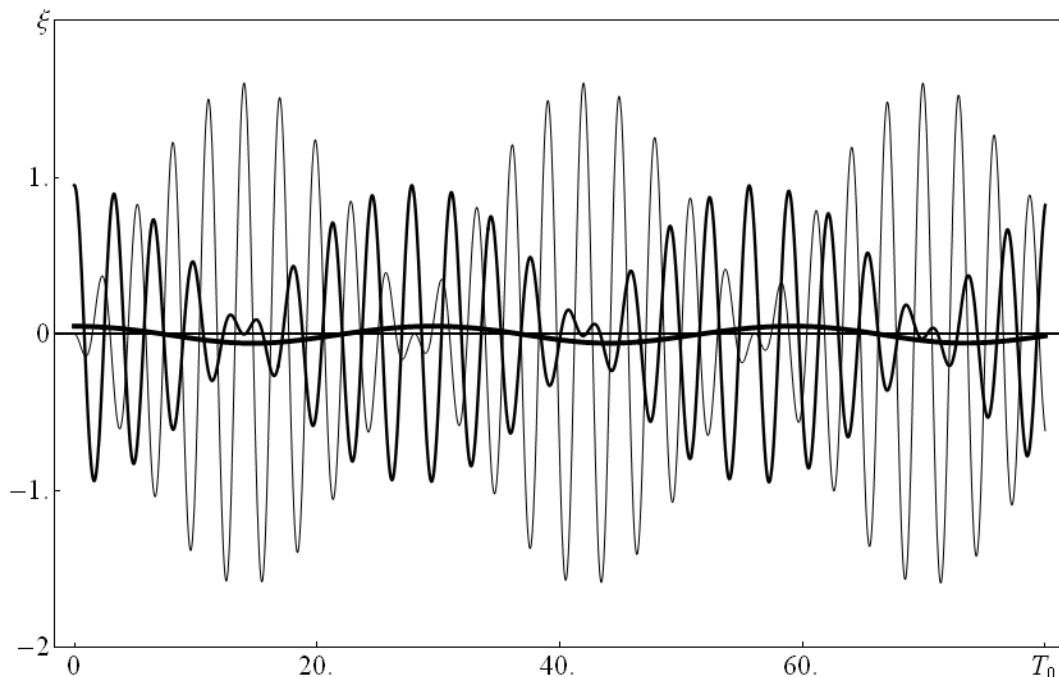


Рис. 1. Эволюции взаимодействующих волн при реализации резонанса (5).

Установлено, что при увеличении начальной амплитуды внутренней волны характерное время обмена энергией уменьшается, и в конечном итоге может стать меньше частот взаимодействующих волн, что качественно меняет картину реализации резонансного взаимодействия. Так же установлено, что при стремлении параметра расстройки к нулю характерное время взаимодействия увеличивается, что согласуется с проведенными ранее исследованиями [1,2].

ЛИТЕРАТУРА

1. Ширяева С.О., Петрушов Н.А., Григорьев А.И.. Внутренний нелинейный резонанс на заряженной струе // ЖТФ. 2013. Т.83, №5, С.41-49.
2. Григорьев А.И., Петрушов Н.А., Ширяева С.О. Нелинейный анализ устойчивости струи, движущейся в материальной среде коллинеарно электростатическому полю // Изв. РАН. МЖГ. 2013. №6. С.3-14.

Роль внутренних волн в процессах развития интрузий в термоклине и апвеллинга

Б.И. Самолюбов, И.Н. Иванова

Физический факультет МГУ им М.В. Ломоносова, Москва, Россия

ivair@yandex.ru

Внутренние волны в стратифицированных водохранилищах, озерах и морях могут не только серьезно влиять на динамику струй и апвеллингов, но и порождать эти течения. Поэтому исследования таких процессов и их воздействия на энерго- и массообмен активно развиваются [1-6]. Расшифровка механизмов развития систем течений с внутренними волнами, стратифицированными струями и апвеллингом требует применения современных методов измерений, комплексного анализа результатов и специальных подходов при математическом моделировании потоков и переноса примесей. Таким исследованиям, проводившимся на ряде полигонов, посвящена данная работа, цель которой - выявление механизмов и разработка методов математического моделирования взаимодействия внутренних волн и течений.

Анализируемые результаты получены экспедициями кафедры физики моря и вод суши физического факультета МГУ на Иваньковском водохранилище и озерах Телецком, Ладожском и Онежском (1999 – 2013). Рассматриваются структуры течений и распределения параметров состава воды на восьми продольно-осевых разрезах.

В ходе измерений одновременно регистрировались профили скорости течения U , температуры воды T , концентрации взвеси S , растворенных солей C , кислорода O_2 , а также скорость ветра U_w . Применялись следующие приборы: доплеровский профилограф скорости RDCP600 (Aanderaa Instruments), зонды RCM 9 LW (Aanderaa Instruments) и CTD90M (Sea-Sun), фотоэлектрический прозрачномер с датчиком температуры (МГУ), регистраторы электропроводности и концентрации O_2 «Эксперт».

Контуры апвеллинга на распределениях температуры воды, концентрации взвеси и хлорофилла-а по глубине и длине залива на разрезе от устья р. Волхов (рис.1) колеблются под влиянием второй моды внутренней волны сейшевой природы, типичной для оз. Ладожского. Из анализа структур полей T , S , C , O_2 , следует, что в заливе существует приток теплых вод с повышенными концентрациями взвеси и хлорофилла-а из р. Волхов (слева на рис. 1), а с другой стороны, поступление холодных придонных вод с пониженными концентрациями примесей из озера (справа).

В поле температуры зарегистрировано глубокое вторжение холодных озерных вод в залив (почти на 90% его длины) за счет апвеллинга. В поле концентрации взвеси наблюдается ее спад за счет седиментации взвеси, поступающей из р. Волхов, особенно быстрый во второй половине полной длины залива. Волновые прогибы изолиний концентраций взвеси и хлорофилла-а при $x=15-20$ и $30-35$ км сопровождаются ростом удельных содержаний этих субстанций в области термоклина, а для хлорофилла-а (на первом из указанных участков) даже в придонном слое на 30%.

Исследования показали, что в систему течений, наряду с апвеллингом и затопленной струей речных вод, входят струя над термоклином из озера в губу и приповерхностное течение (рис. 2).

Обнаруженная струя из озера в губу обусловлена развитием крупномасштабной внутренней волны с длиной порядка 56 км, т.е. близкой к четверти длины озера. Для анализа влияния внутренней волны на форму профиля плотности было исследовано изменение фактора формы профиля от фазовой скорости волны.

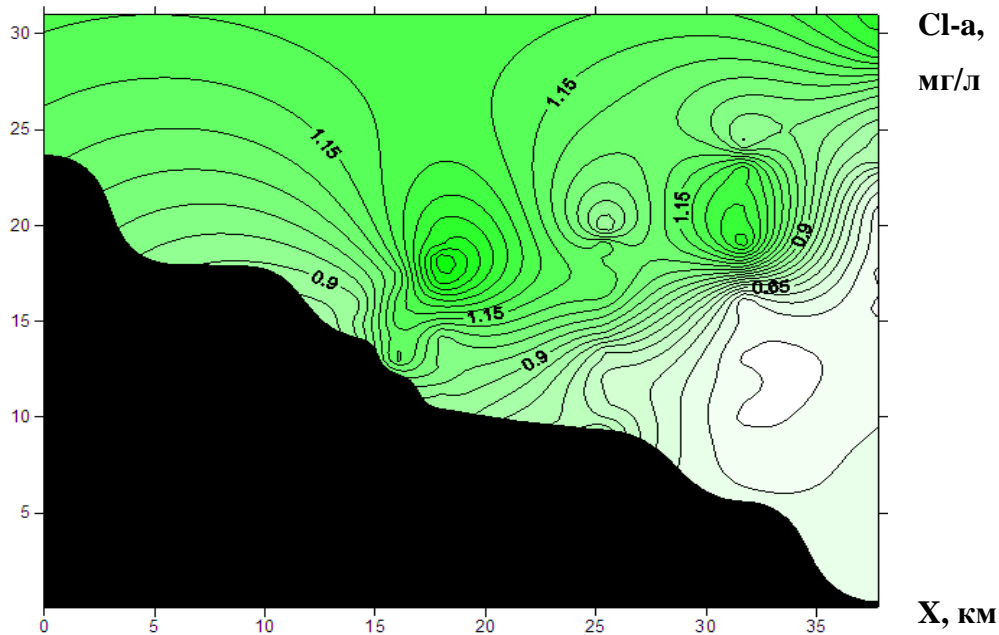


Рис. 1. Зависимость температуры (а), концентрации взвеси (б) и хлорофилла – а(в) от расстояния от устья р. Волхов. (оз. Ладожское, 15.08.2012 г.)

Фактор формы – отношение среднего по вертикали значения разности плотностей жидкости в струе и над ней в зоне действия струйного течения к максимальному значению.

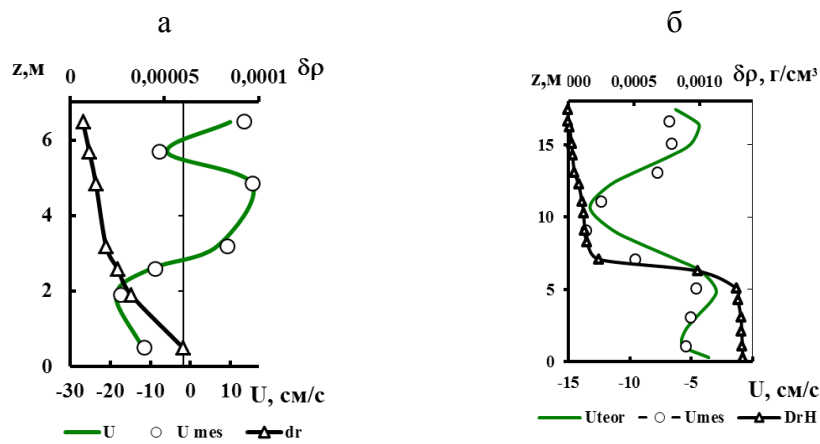


Рис. 2. Структура течений с апвеллингом и внутренней волной (август 2012). Профили скорости U и изменения плотности $\delta\rho$ с глубиной а - на стадии развития речной струи протяженностью до 9 км, б - в зоне доминанты волнового течения и апвеллинга в центре залива.

Установлено, что при числах Ричардсона, меньших порогового, равного 4, увеличение фазовой скорости внутренней волны приводит к увеличению фактора формы (рис. 3). Это может быть объяснено перемешиванием вод под влиянием внутренней волны. При числах Ричардсона, больших критического, то есть при большой гидродинамической устойчивости, увеличение фазовой скорости внутренней волны приводит к уменьшению фактора формы. То есть внутренняя волна способствует росту неоднородностей в профиле плотности.

Этот процесс может быть объяснен перемещением струи под действием внутренней волны без размыва ее границ. На основе полученных результатов был

предложен механизм взаимодействия струйных течений с внутренней волной за счет деформации распределения поля плотности волной для случаев с гидродинамической устойчивостью, меньшей пороговой ($R_{ij} < 7,5$).

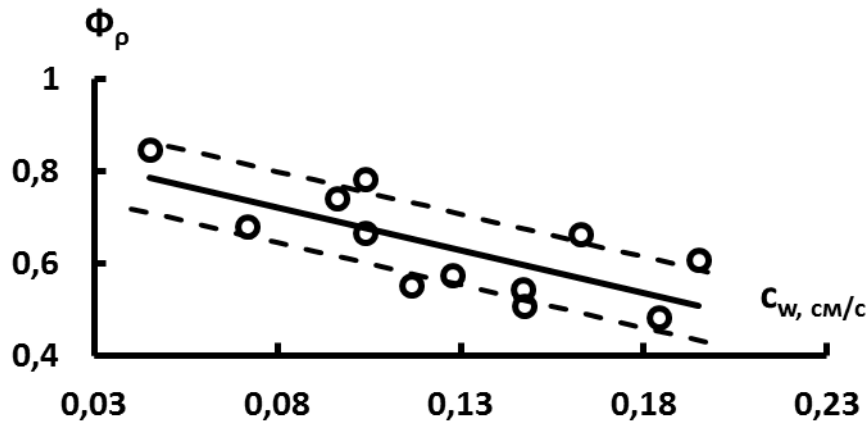


Рис. 3. График зависимости фактора формы профиля плотности от фазовой скорости внутренней волны на Ивановском водохранилище 13-14.07.1999г.

К такому режиму относится большинство рассмотренных течений.

Основные этапы этого механизма сводятся к следующим.

1. Реверсивное волновое течение деформирует профиль плотности в зоне действия струи, образуя квазиступенчатую структуру.

2. Струя в слое между максимумами градиента плотности меняет траекторию за счет волновых колебаний термоклина. Ее скорость в определенных фазах возрастает (иногда почти вдвое) под действием силы тяжести и бароклинного градиента давления, затем падает до начальных значений из-за асимметрии волны на течении и влияния стратификации на его устойчивость и, соответственно, динамику.

3. Развитие струи ведет к снижению устойчивости ее границ из-за сглаживания плотностных неоднородностей.

4. Затем волновое течение вновь деформирует профиль плотности, образуя ступенчатую структуру и меняя траекторию струи, и процесс циклически повторяется.

При $R_{ij} > (R_{ij})_{cr}$ реверсивное волновое течение выравнивает профиль плотности, разрушая квазиступенчатую структуру. Струя в слое между максимумами градиента плотности ослабляется из-за уменьшения градиента давления. Это ведет к повышению устойчивости ее границ и образованию квазиступенчатой структуры. Затем волновое течение вновь выравнивает профиль плотности, и процесс циклически повторяется.

Предложенная математическая модель рассмотренных процессов основана на системе уравнений Рейнольдса. Для распределения волновой компоненты скорости использовалось решение из [7], а для скорости струи — из [2]. В систему добавлены полученные в данной работе выражения для градиента давления за счет волнового потока, а так же для толщины и траектории струи. Входные параметры модели — уклон дна i_s , распределение скорости на первой вертикали $U_0(z)$ и распределение плотности на разрезе $\rho(x,z)$. В результате получается распределение скорости $U(x,z)$.

Как видно из примера на рис. 4, теоретическое распределение удовлетворительно согласуется с экспериментальным. Стандартное отклонение в среднем по семи разрезам — 25%. Абсолютное отклонение на 20% меньше, чем в модели, в которой не учитывалось влияние внутренней волны. Причины разброса обусловлены

приближениями квазистационарности, плоской задачи, отсутствием учета влияния притоков, а также отклонениями точек на разрезах от линий максимальных глубин.

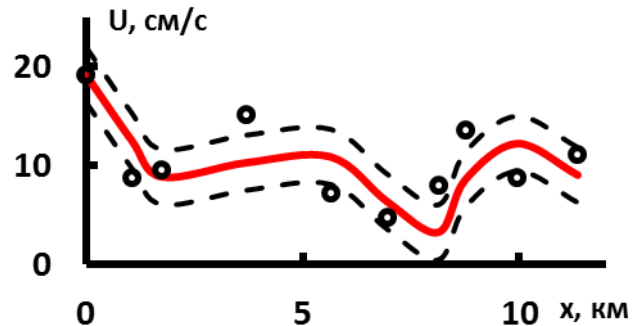


Рис. 4. Теоретические и измеренные распределения скорости струи (оз. Телецкое 27.07.2004).

Заключение

Обнаружено, что на фоне апвеллинга развивались внутренние волны, под влиянием которых формировались струи к вершине залива, приводившие к колебаниям скорости затопленной струи.

Выявлены закономерности влияния внутренних волн на струйные течения. Предложен механизм этого процесса с учетом изменений структуры поля плотности.

Получены выражения для траектории струи и для фактора формы профиля плотности воды в виде их зависимостей от фазовой скорости внутренней волны, скорости ветра и устойчивости течения. Учтен противоположный характер этих зависимостей при числах Ричардсона для струи, меньших и больших найденного порогового значения.

Предложена и проверена для восьми систем течений математическая модель с учетом влияния внутренней волны на траекторию струи.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант 14-05-00822).

ЛИТЕРАТУРА

1. О.А. Дружинин // Известия РАН. Физика атмосферы и океана. 2003. Т.39, №5, с.697-711
2. Б. И. Самолюбов Плотностные течения и диффузия примесей. М.: Изд. URSS. 2007. 352 с.
3. Е. Терлецкая // Прикладная гидромеханика, 2011г, том 13.
4. A. Dorostkar, L. Voegman // Limnol. Oceanogr. 58(1), 2013, 153-172
5. A.Gomes-Giraldo // Limnol. Oceanogr. 53(1), 2008, 354-367.
6. L. Umlauf, U. Lemmin // Limnol. Oceanogr. 50(5), 2005, 1601-1611.
7. Прандтль Л. Гидроаэромеханика. Москва – Ижевск, 2000. 572 с.

Нелинейный анализ эффекта «мертвой воды»

М.С.Федоров

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова»
yardemid@mail.ru

Исследование нелинейного взаимодействия волн, как на свободной поверхности жидкости, так и на различных поверхностях раздела в слоисто неоднородной жидкости в реализации феномена «мертвой воды» представляет как академический интерес для физики моря и физики атмосферы, так и практический в связи с проблемами судоходства и воздухоплавания. Все рассмотрение проведено по аналогии с тем, как это было сделано в [1].

1. Формулировка задачи. Рассмотрим две идеальные несмешиваемые несжимаемые жидкости, из которых верхняя имеет толщину h и плотность ρ_1 , а нижняя - с плотностью ρ_2 (по определению $\rho_2 > \rho_1$) заполняет в поле сил тяжести \vec{g} полубесконечное пространство $z \leq 0$. Вектор ускорения свободного падения \vec{g} направлен противоположно \vec{e}_z - орту декартовой системы координат, координатная плоскость $z = 0$ которой совпадает с невозмущенной границей раздела жидкостей: $\vec{g} \parallel -\vec{e}_z$. Примем, что часть пространства над верхней жидкостью является вакуумом (представляет собой среду с плотностью, много меньшей плотности обеих жидкостей, и её влиянием на волновое движение в системе в линейном по отношению амплитуды волны к её длине приближении можно пренебречь). Будем исследовать гравитационное волновое движение на свободной поверхности и на границе раздела. Следует отметить, что модель несмешиваемых жидкостей будет описывать реальную ситуацию, если толщина переходного от жидкости с плотностью ρ_1 к жидкости с плотностью ρ_2 слоя (толщина зоны стратификации по плотности), будет много меньше длины волны и толщины слоя верхней жидкости.

Математическая формулировка задачи имеет вид [1]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \vec{V}_j}{\partial t} + (\vec{V}_j \cdot \nabla) \vec{V}_j &= -\nabla \left(\frac{P_j}{\rho_j} \right) + \vec{g}; \quad \text{div} \vec{V}_j = 0; \quad j \in \{1; 2\} \\ z = \xi_2: \quad \vec{n}_2 \cdot \vec{V}_1 &= \vec{n}_2 \cdot \vec{V}_2; \quad F_j(x, z, t) = 0: \quad \frac{\partial F_j}{\partial t} + (\vec{V}_j \cdot \nabla) F_j = 0; \\ z = h + \xi_1: \quad P_1 - P_{at} &= 0; \quad z = \xi_2: \quad P_2 - P_1 = 0; \quad z \rightarrow -\infty: \quad \vec{V}_2 \rightarrow 0 \end{aligned} \quad (1.1)$$

где \vec{V}_j - поля скоростей в верхней и нижней жидкостях; \vec{n}_1 и \vec{n}_2 - вектора нормали к свободной поверхности верхнего слоя и к границе раздела жидкостей; функции $F_1(x, z, t) \equiv z - \xi_1(x, t) - h$ и $F_2(x, z, t) \equiv z - \xi_2(x, t)$ определяют уравнения свободной поверхности верхнего слоя жидкости $F_1(x, z, t) = 0$ и границы раздела жидкостей $F_2(x, z, t) = 0$; $\xi_1(x, t)$ и $\xi_2(x, t)$ - возмущения свободной поверхности слоя и границы раздела сред, соответственно, амплитуды которых $|\xi_1| \sim |\xi_2| \ll h$ являются малыми величинами; P_1 и P_2 - гидродинамические давления в верхнем слое и нижней жидкости; P_{at} - постоянное (атмосферное) давление верхней среды на свободную поверхность слоя; (индексы 1 и 2 относятся к верхнему слою и нижней бесконечно глубокой жидкости, соответственно).

Для замыкания задачи систему уравнений (1.1) необходимо дополнить начальными условиями на свободной поверхности и на границе раздела сред.

$$t = 0: \quad \xi_1(x, t) = \zeta_1 \cdot \cos(kx); \quad \xi_2(x, t) = \zeta_2 \cdot \cos(kx);$$

$$\partial_t \xi_1(x, t) = 0; \quad \partial_t \xi_2(x, t) = 0 \quad (1.2)$$

т.е. рассматривается ситуация, когда в начальный момент времени заданы волновые деформации с волновым числом k и свободной поверхности жидкости и границы раздела сред при нулевых скоростях движения жидкости.

2. Решение задачи. В расчетах первого порядка малости выражения для поправок к профилям волн на свободной поверхности верхнего слоя жидкости $\xi_1^{(1)}(x, T_0)$ и на границе раздела сред $\xi_2^{(1)}(x, T_0)$ имеют вид:

$$\xi_1^{(1)}(x, T_0) = \sum_{n=1}^2 \alpha_{jn}(T_1) \exp\{i[kx - \omega_n(k)T_0]\}; \quad j \in \{1; 2\} \quad (2.1)$$

$$\alpha_1(T_1) = \alpha_{11}(T_1) + \alpha_{12}(T_1); \quad \alpha_2(T_1) = \alpha_{21}(T_1) + \alpha_{22}(T_1); \quad (2.2)$$

$$\alpha_{21}(T_1) = d_1(k)\alpha_{11}(T_1); \quad \alpha_{22}(T_1) = d_2(k)\alpha_{12}(T_1);$$

где $\alpha_{11}(T_1)$, $\alpha_{12}(T_1)$ определяются из начальных условий (1.2) и имеют вид:

$$\alpha_{11}(T_1) = \frac{\zeta_2 - \zeta_1 d_2(k)}{d_1(k) - d_2(k)}; \quad \alpha_{12}(T_1) = \frac{\zeta_2 - \zeta_1 d_1(k)}{d_1(k) - d_2(k)}$$

где $d_1(k)$, $d_2(k)$ - отношения амплитудных множителей волн (3.1) на границе раздела сред и на свободной поверхности для частот $\omega_1(k)$ и $\omega_2(k)$ определяются следующими соотношениями:

$$d_1(k) = \frac{\alpha_{21}(T_1)}{\alpha_{11}(T_1)} = \exp(-kh); \quad d_2(k) = \frac{\alpha_{22}(T_1)}{\alpha_{12}(T_1)} = \frac{\exp(kh)\rho_1}{\rho_1 - \rho_2};$$

$$c(k) = \sqrt{\frac{(\rho_2 - \rho_1)\text{th}(kh)}{\rho_2 + \rho_1\text{th}(kh)}};$$

$$\omega_1(k) = \sqrt{gk}; \quad \omega_2(k) = c(k)\sqrt{gk}; \quad (2.3)$$

Частоты волн, порождаемые свободной поверхностью верхнего слоя жидкости $\omega_1(k)$ и границей раздела жидкостей $\omega_2(k)$ являются решениями дисперсионного уравнения:

$$\omega^4(k) - \frac{[1 + \text{th}(kh)]\rho_2 g k}{[\rho_2 + \rho_1 \text{th}(kh)]} \omega^2(k) + \frac{(\rho_2 - \rho_1)g^2 k^2 \text{th}(kh)}{[\rho_2 + \rho_1 \text{th}(kh)]} = 0 \quad (2.4)$$

Выражения для нелинейных поправок второго порядка малости к профилям волн на свободной поверхности верхнего слоя жидкости $\xi_1^{(2)}(x, T_0)$ и на границе раздела сред $\xi_2^{(2)}(x, T_0)$ имеют вид:

$$\xi_1^{(2)}(x, T_0) = \left(\frac{U_{11}\alpha_{12}^2}{f_{21}(2k)f_{22}(k)} - \frac{U_{12}\alpha_{11}^2}{f_{11}(k)f_{12}(k)} + \frac{U_{13}\alpha_{11}\alpha_{12}}{f_{121}(k)f_{122}(k)} \right) \cos[2kx - \omega_1(2k)T_0] +$$

$$+ \frac{U_{14}\alpha_{11}^2}{f_{11}(k)f_{12}(k)} \cos[2kx - 2\omega_1(k)T_0] -$$

$$- \left(\frac{U_{15}\alpha_{12}^2}{f_{21}(2k)f_{22}(k)} + \frac{U_{16}\alpha_{11}\alpha_{12}}{f_{121}(k)f_{122}(k)} \right) \cos[2kx - \omega_2(2k)T_0] -$$

$$- \frac{U_{17}\alpha_{12}^2}{f_{21}(k)f_{22}(k)} \cos[2kx - 2\omega_2(k)T_0] - \frac{U_{18}\alpha_{11}\alpha_{12}}{f_{121}(k)f_{122}(k)} \cos[2kx - (\omega_1(k) + \omega_2(k))T_0];$$

$$\begin{aligned} \xi_2^{(2)}(x, T_0) = & \left(\frac{U_{21} \alpha_{12}^2}{f_{21}(2k)f_{22}(k)} - \frac{U_{22} \alpha_{11}^2}{f_{11}(k)f_{12}(k)} + \frac{U_{23} \alpha_{11} \alpha_{12}}{f_{121}(k)f_{122}(k)} \right) \cos[2kx - \omega_1(2k)T_0] + \\ & + \frac{U_{24} \alpha_{11}^2}{f_{11}(k)f_{12}(k)} \cos[2kx - 2\omega_1(k)T_0] - \\ & - \left(\frac{U_{25} \alpha_{12}^2}{f_{21}(2k)f_{22}(k)} + \frac{U_{26} \alpha_{11} \alpha_{12}}{f_{121}(k)f_{122}(k)} \right) \cos[2kx - \omega_2(2k)T_0] - \\ & - \frac{U_{27} \alpha_{12}^2}{f_{21}(k)f_{22}(k)} \cos[2kx - 2\omega_2(k)T_0] - \frac{U_{28} \alpha_{11} \alpha_{12}}{f_{121}(k)f_{122}(k)} \cos[2kx - (\omega_1(k) + \omega_2(k))T_0]. \end{aligned} \quad (2.5)$$

Коэффициенты U , стоящие при амплитудах α и зависящие от физических параметров задачи, здесь не приводятся в виду их громоздкости.

3. Анализ полученных результатов. Из вида выражений (2.2) для временных зависимостей амплитудных коэффициентов $\alpha_1(t)$ и $\alpha_2(t)$, рассмотрим две ситуации. В первой, когда волна возбуждается только на свободной поверхности ($\zeta_1 \neq 0, \zeta_2 = 0$) рис. 1а, и во второй, когда возбуждение происходит только на границе раздела жидкостей ($\zeta_1 = 0, \zeta_2 \neq 0$) рис. 1б.

Из рис. 1а видно, что при задании в начальный момент времени волнового возмущения свободной поверхности верхнего слоя волновые движения на свободной поверхности и на границе раздела сред имеют амплитуды одного порядка величины. При задании же в начальный момент времени волнового возмущения границы раздела жидкостей при $\rho_1 - \rho_2 \ll \rho_2$ волновые движения на свободной поверхности и на границе раздела сред имеют амплитуды, различающиеся по величине примерно в $\rho_2/(\rho_2 - \rho_1)$ раз (рис. 1б). Этот результат линейного анализа определяет смысл феномена «мертвой воды».

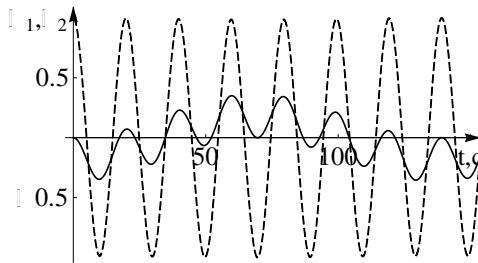


Рис. 1а. Зависимость α_1 (штрих) и α_2 (сплошная) от времени t , при $kh = 1$ для $\zeta_1 = 1, \zeta_2 = 0, \rho_1 = 1, \rho_2 = 1.05$

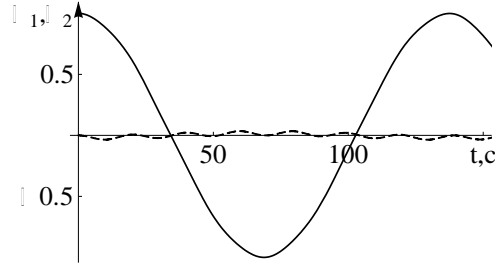


Рис. 1б. Зависимость α_1 (штрих) и α_2 (сплошная) от времени t , при $kh = 1$ для $\zeta_1 = 0, \zeta_2 = 1, \rho_1 = 1, \rho_2 = 1.05$

В знаменателях амплитудных множителей нелинейных поправок второго порядка малости $\xi_1^{(2)}(x, T_0), \xi_2^{(2)}(x, T_0)$ (2.5) к профилям волн, имеются функции $f_{jm}(k), f_{jmn}(k)$, где

$$\begin{aligned} f_{11}(k) &= 4\omega_1^2(k) - \omega_1^2(2k); & f_{12}(k) &= 4\omega_1^2(k) - \omega_2^2(2k) \\ f_{21}(k) &= 4\omega_2^2(k) - \omega_1^2(2k); & f_{22}(k) &= 4\omega_2^2(k) - \omega_2^2(2k); \\ f_{121}(k) &= [\omega_1(k) + \omega_2(k)]^2 - \omega_1^2(2k); \\ f_{122}(k) &= [\omega_1(k) + \omega_2(k)]^2 - \omega_2^2(2k) \end{aligned} \quad (3.1)$$

Согласно существующим представлениям о взаимодействии волн [2], волны с волновыми числами, соответствующими выполнению условия $f_{jm}(k) = 0$, могут

обмениваться энергией. Из численных расчетов следует, что знаменатели амплитудных множителей нелинейных поправок второго порядка малости f_{11} , f_{12} , f_{21} , f_{121} , f_{122} имеют далекие от нуля значения, но f_{22} в области малых kh имеет близкое к нулю значение (рис. 2), и можно надеяться, что в этой области может возникнуть квазирезонансный случай. Это означает, что гравитационные волны, порождаемые свободной поверхностью верхнего слоя, смогут взаимодействовать с гравитационными же волнами, порождаемыми нелинейным взаимодействием во втором порядке малости, имеющими удвоенные волновые числа, порождаемыми как свободной поверхностью, так и поверхностью раздела сред.

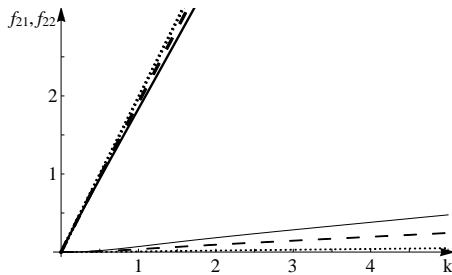


Рис. 2а. $\rho_2 = 1.01$ (точки),
 $\rho_2 = 1.05$ (пунктир), $\rho_2 = 1.1$ (сплошная),
 f_{21} - толстые линии, f_{22} - тонкие линии.

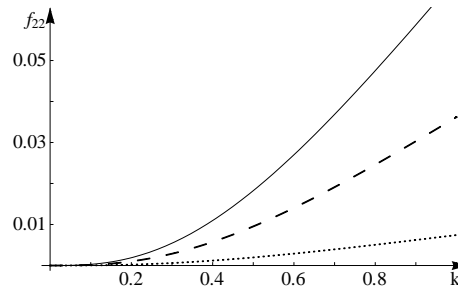


Рис. 2б. $\rho_2 = 1.01$ (точки),
 $\rho_2 = 1.05$ (пунктир), $\rho_2 = 1.1$ (сплошная)

Заключение. В квадратичном приближении по отношению амплитуды волны к ее длине найдено аналитическое решение задачи о расчете гравитационного волнового движения в двухслойной стратифицированной по плотности жидкости со свободной поверхностью.

Уточнены особенности реализации феномена «мертвой воды». Показано, что феномен «мертвой воды» проявляется как в первом так и во втором порядках малости. Имеется потенциальная возможность реализации внутреннего нелинейного резонансного взаимодействия волн, порождаемых различными поверхностями: свободной поверхностью и границей раздела жидкостей. В линейных расчетах при задании в начальный момент времени волновой деформации на границе стратификации на свободной поверхности верхнего слоя жидкости генерируется волна с той же длиной, амплитуда которой в максимуме меньше максимума амплитуды волны на границе стратификации во столько раз, во сколько разница плотностей нижней и верхней жидкостей меньше плотности нижней жидкости. При задании начальной волновой деформации на свободной поверхности на границе стратификации генерируется волна с меньшей амплитудой, но имеющей тот же порядок величины, что и волна на свободной поверхности.

Работа выполнена при поддержке грантов Рособрнауки №РНП 2.1.1/3776 и РФФИ № 09-01-00084.

ЛИТЕРАТУРА

1. А.И. Григорьев, М.С. Федоров, С.О. Ширяева // Изв. РАН. МЖГ. 2010. №5. С.130-140.
2. О.М. Филипс Взаимодействия волн // Сб. Нелинейные волны. М.: Мир, 1977. С. 197–220.

Волны – убийцы в океане

Н.К. Шелковников

Физический факультет МГУ им М.В. Ломоносова, Москва, Россия

Shelkovnikov@phus.msu.ru

Под волнами — убийцами в настоящее время понимаются неожиданно возникающие «ниоткуда» огромные волны и быстро исчезающие «в никуда». Считается, что в открытом океане волной — убийцей является, так называемый, «девятый вал». Это самая высокая волна в группе волн, возникающих под действием ветра, она может достигать высоты 30м. Именно этой волне приписываются многие аварии и даже гибель судов. Мне удалось наблюдать развитие групп волн в Тихом и Атлантическом океанах. С увеличением скорости ветра высоты волн в группах пропорционально увеличивались, высота этих волн ограничивалась величиной скорости ветра и турбулентным трением, особенно при укрупнении волн. Для описания группы волн в океане используется нелинейное уравнение Шредингера (НУШ)[1]. Кроме того считается, что на глубокой воде (т.е. когда глубина жидкости во много раз больше длины волны) волны-убийцы есть нелинейная стадия модуляционной неустойчивости. Для подтверждения этого в [2] численно решалось уравнение Эйлера для случая глубокой идеальной жидкости со свободной поверхностью. При этом предполагалось, что течение было потенциальным, а жидкость — несжимаемой. В результате была получена волнограмма, с наличием на ней максимума, который авторы считают волной – убийцей.

Что касается экспериментального исследования механизма формирования волн — убийц, то в научной литературе неоднократно отмечалось, что проведение таких исследований даже в самых длинных прямолинейных каналах, достигающих более 300м, не удастся полностью проследить эволюцию волнового поля и возможность концентрации энергии, в результате которой может возникнуть волна — убийца. При этом в прямолинейных каналах наблюдается заметное гашение волн за счет трения о дно и стенки. Кроме того, не всегда удается избавиться от краевых эффектов, возникающих в торце каналов.

В связи с выше изложенным, для исследования процессов нелинейного развития внутриволнового взаимодействия и выявления возможности концентрации энергии волнового поля для формирования и развития волн — убийц нами были проведены измерения в кольцевом аэрогидроканале[3]. Внешний диаметр составлял 202см, внутренний — 165см, а высота — 40см. Во время измерений в кольцевом канале под действием ветра в начале возникали гравитационно — капиллярные, затем - гравитационные волны, длинна и высота которых увеличивались и появлялись уединенные волны, захватывающие всю глубину канала. В отличии от прямолинейных каналов измерения можно было проводить настолько долго, насколько возникала необходимость в этом. Кроме того в канале не было затухания волн так как потери на трение о дно и стенки канала компенсировались воздействием ветра. В этом случае не было необходимости в искусственной модуляции волн, как это делается иногда в прямых каналах. Возникающая в кольцевом канале поперечная циркуляция, вызванная нагоном жидкости на внешнюю стенку канала не оказывает заметного влияния на исследуемые процессы. Измерения параметров ветровых волн в канале проводились с помощью струнных волнографов и видеокамер.

На рисунке 1 приведена волнограмма, полученная на начальном этапе формирования волнового поля в канале, здесь прямыми горизонтальными линиями

показана граница, выше которой волны считаются, в терминах численных методов, аномальными. Как видно из рисунка, присутствует волна, превышающая эту границу.

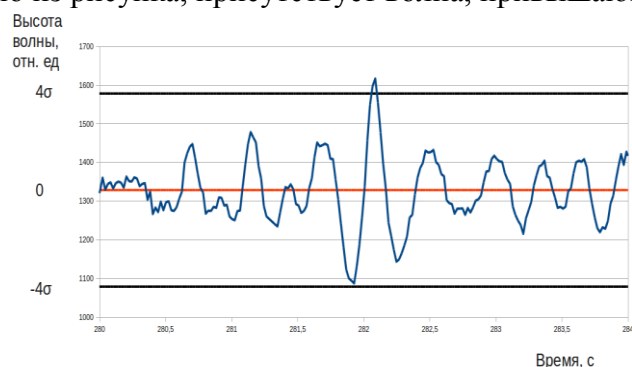


Рис.1 Волнограмма, полученная на начальном этапе развития ветрового волнения.

На рисунке 2 показана заключительная фаза волнового процесса (в условиях мелкой воды, когда длина волны превышала глубину жидкости). В этом случае имеет место концентрация энергии, которая может привести к формированию волны – убийцы.

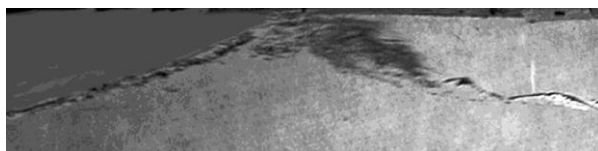


Рис.2 Уединенная ветровая волна в кольцевом аэрогидроканале.

Таким образом показано, что аномальные волны могут возникать на разных этапах развития ветрового волнения.

ЛИТЕРАТУРА

1. В.Е. Захаров Устойчивость периодических волн конечной амплитуды на поверхности глубокой жидкости.-ПМТФ, 1968 №2, с. 86-94.
2. В.Е. Захаров Р.В. Шамин Письма в ЖЭТФ 2010г Т.91 вып.2 68-71с.
3. Н.К. Шелковников Письма в ЖЭТФ 2005г Т.82 вып.10 720-723с.