

## СЕКЦИЯ 2. РАДИОФОТОНИКА

### **Квазистационарные состояния многомодового пучка в турбулентной среде**

*Т.И. Арсеньян, М.И. Бабанина, Н.А. Сухарева* ..... 2

### **Турбулизированный лазерный пучок в фазовом пространстве**

*Т.И. Арсеньян, Н.А. Сухарева, А.П. Сухоруков* ..... 6

### **Электрооптическое взаимодействие в резонаторах с модами шепчущей галереи и их приложение в СВЧ модуляторах**

*Н.М. Кондратьев, М.Л. Городецкий* ..... 10

## КВАЗИСТАЦИОНАРНЫЕ СОСТОЯНИЯ МНОГОМОДОВОГО ПУЧКА В ТУРБУЛЕНТНОЙ СРЕДЕ

Т.И. Арсеньян, М.И. Бабанина, Н.А. Сухарева  
Физический факультет МГУ имени М.В. Ломоносова  
arsenyanyan@mail.ru, babanina@phys.msu.ru, suhareva@phys.msu.ru

Динамика пространственных и временных искажений лазерного пучка при распространении в тропосфере – одна из классических задач, «точность решения» которой определяется прикладными акцентами использования открытых оптических каналов передачи данных. Последние несколько лет активно развивается технология пространственно-временного кодирования оптических каналов, компенсирующая помехи на трассе при прогнозируемой статистике их возникновения [1].

Представлены результаты качественного экспериментального исследования пространственно-время-частотных карт распределения интенсивности лазерного пучка, прошедшего среду с сильными температурными и скоростными градиентами. Измерения выполнялись на модельной трассе, созданной на кафедре оптики и спектроскопии физического факультета МГУ им. М.В. Ломоносова [2]. Характерный профиль пучка в плоскости регистрации при различных режимах распространения представлен на рис.1.

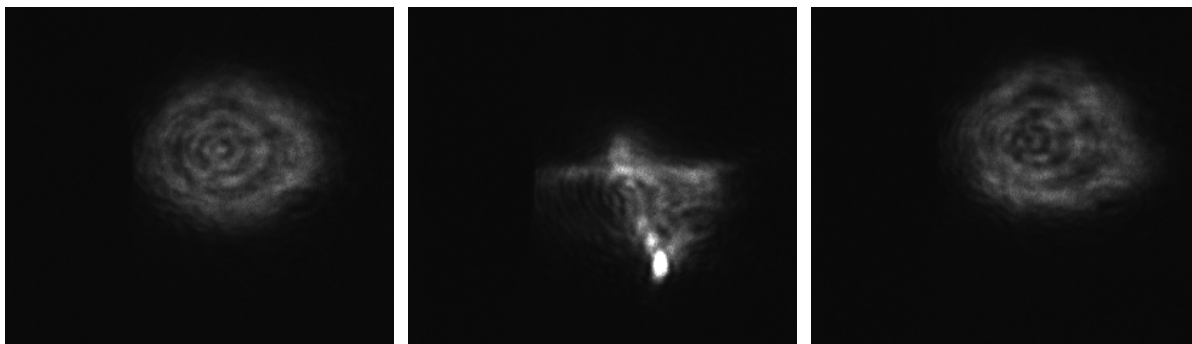


Рис. 1. Сечение многомодового пучка в отсутствие градиентов (слева), при сильном градиенте скоростей потока (в центре) и при градиенте температур (справа)

Основная дисторсия пучка связана с неоднородностью скорости потоков на трассе. Для описания динамики вариаций значения скорости потока запишем уравнение Навье-Стокса в тензорной форме:

$$d_i v_i + v_j d_j v_i = -\rho^{-1} d_i p + \vec{v} d_{jj}^2 v_i + f_i, \quad (1)$$
$$d_k v_k = 0,$$

здесь  $i, j, k$  – орты используемой системы координат,  $f$  – внешняя сила, например связанная с градиентом температуры,  $p$  – давление,  $v$  – скорость.

Определим быстрые и медленные вариации проекций скорости и значения давления вблизи рассматриваемой точки:

$$\begin{aligned} v_i(\vec{r}, t) &= U_i(\vec{r}, t) + u_i(\vec{r}, t), \\ p(\vec{r}, t) &= P(\vec{r}, t) + \pi(\vec{r}, t) \end{aligned} \quad (2)$$

и преобразуем (1) с учётом (2) к уравнению Рейнольдса –

$$\begin{aligned} d_t U_i + U_j d_j U_i &= -\rho^{-1} d_i P + \{\bar{v} d_{jj}^2 U_i - d_j \langle u_i u_j \rangle\} + f_i, \\ d_k U_k &= 0. \end{aligned} \quad (3)$$

Рассмотрим ансамбль состояний поля скоростей и давлений и сформируем уравнения для момента второго порядка функции распределения тензора скоростей:

$$\begin{aligned} d_t \langle u_i u_j \rangle + U_k d_k \langle u_i u_j \rangle &= -(\langle u_j u_k \rangle d_k U_j + \langle u_j u_k \rangle d_k U_i) \\ &\quad - d_k \langle u_i u_j u_k \rangle - \rho^{-1} (\langle u_i d_j \pi \rangle + \langle u_j d_i \pi \rangle) \\ &\quad - \bar{v} (\langle u_i d_{kk}^2 u_j \rangle + \langle u_j d_{kk}^2 u_i \rangle) + \langle u_i f_j \rangle + \langle u_j f_i \rangle \end{aligned} \quad (4)$$

Флуктуации скорости на всём протяжении квазистационарного турбулентного потока порождают флуктуации интенсивности пучка в плоскости детектирования. Для определения основных закономерностей флуктуационных процессов были выполнены различные типы обработки зарегистрированных временных развёрток распределения интенсивности. Интервал времени наблюдения для каждого из значений градиента температуры и скорости вводимого потока не менее 20с, что обеспечивает работу с выборками, превышающими 8000 кадров и позволяет обоснованно делать выводы о временных характеристиках регистрируемого распределения интенсивности.

Общая структура распределения интенсивности в плоскости регистрации на каждом отсчёте описывалась моментами функции распределения первых четырёх порядков, при этом дисперсия, асимметрия и эксцесс рассматривались как центральные моменты. В грубом приближении вариация момента первого порядка соответствует относительно медленному процессу искажения профиля пучка (вариации  $U(\mathbf{r}, t)$ ,  $P(\mathbf{r}, t)$ ), центральные моменты второго порядка и выше характеризуют «быстрые компоненты». Время-частотные карты первого и третьего моментов функции распределения интенсивности при максимальном градиенте температур и максимальной скорости вводимого потока представлены на рис. 2. Для расчёта использовано псевдораспределение Вигнера-Вилли [3], обеспечивающее требуемую точность локализации нестационарных компонент на карте:

$$PWV(t, \omega) = \frac{1}{(2\pi)} \int M_i^* \left( t - \frac{\tau}{2} \right) M_i \left( t + \frac{\tau}{2} \right) e^{-i\tau\omega} h(\tau) d\tau \quad (5)$$

где  $M_i(t)$  – исследуемый момент,  $h(t)$  – корректирующее окно.

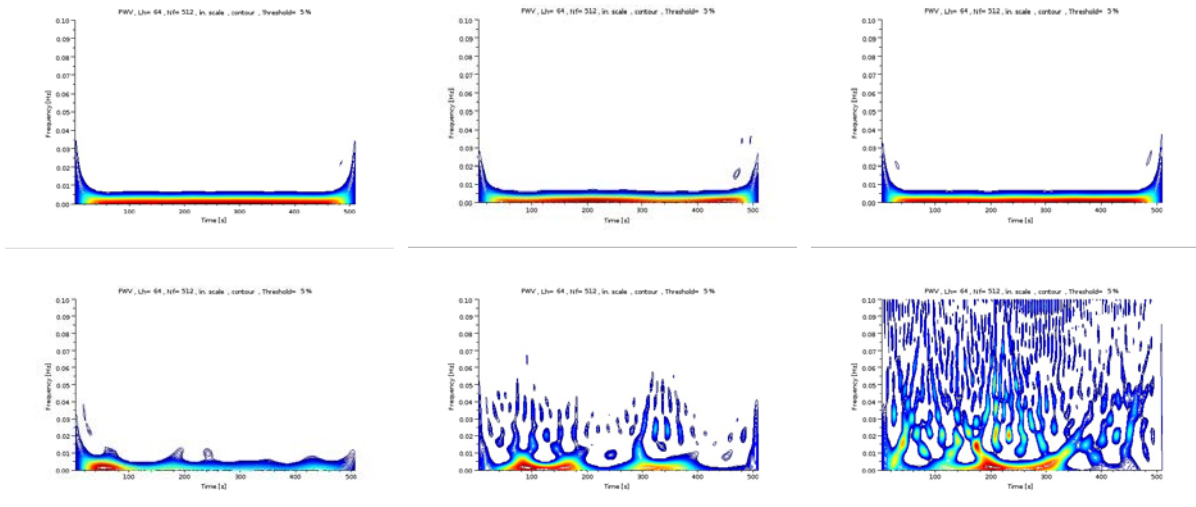


Рис. 2. Время-частотные карты для момента первого порядка (верхний ряд) и центрального момента третьего порядка (нижний ряд).  
Левая группа – возмущения среды отсутствуют, средняя группа – градиент температур, правая группа – внешний поток.

Как и следовало ожидать, характерный диапазон частот регистрируемых вариаций момента первого порядка более чем в 30 раз ниже диапазона частот для центральных моментов высоких порядков.

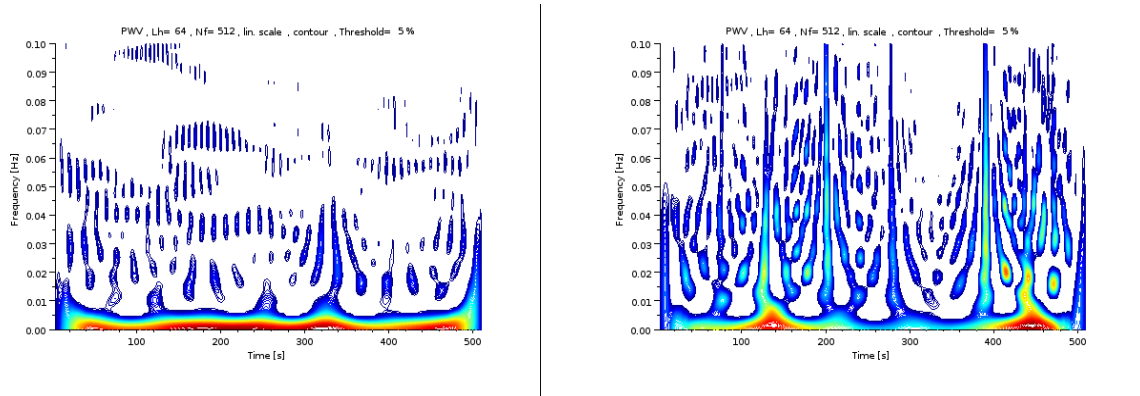


Рис. 3. Время-частотные карты для интенсивности центрального окна созвездия 3x3.  
Слева – только градиент температур, справа – только внешний поток.

Пространственно временное кодирование сигнала предполагает первичное расщепление пучка на группу отдельных сигнальных лучей (например, голографической решёткой) с последующей регистрацией элементов пространственного созвездия через многопозиционную апертуру. Обработка экспериментальных выборок с наложением девятипозиционной маски 3x3 показала, что динамика флуктуаций интенсивности в заданной апертуре хорошо коррелирует с центральным

моментом третьего порядка для функции распределения интенсивности пучка по сечению в зоне регистрации (рис. 3.). Вид флуктуаций однозначно связан с типом «порождающего фактора» и может быть положен в основу детектирования и прогнозирования «сноса» пучка при одноапертурной регистрации.

Наблюдаемые на время-частотных картах интенсивности короткоживущие возмущения могут быть связаны с локальными вихревыми структурами, создаваемыми восходящим потоком при неоднородном нагреве или вносимым извне потоком [4]. Принципиально возможно создать модель мультипликативных помех, возникающих в турбулентной среде, на основе статистической модели ансамбля вихревых структур [5]. Открытый оптический канал – анизотропная квазистационарная среда с высоким уровнем рефракционных искажений вдоль направления течения доминирующего потока. Многопараметрическая модель мультипликативных помех на открытой оптической трассе должна включать, как минимум, группы характеристических частот, время жизни неоднородности, вероятность возникновения «зоны возмущения» с заданными свойствами на рабочей трассе. Обсуждаемая серия экспериментов выполнена для пучка с малым радиусом пространственной когерентности, что существенно упростило интерпретацию результатов. Повышение пространственной когерентности пучка приведёт к интерференционным искажениям исходного профиля интенсивности, увеличит уровень помех в оптическом канале [6].

## ЛИТЕРАТУРА

1. M. Kavehrad, J. Fadlullah, Z. Hajjarian «MIMO FSO Communications in Cloud and Turbulence» // <http://dx.doi.org/10.1364/LSC.2011.LTuC3>
2. Т.И. Арсеньян, П.В. Короленко “Оптика случайно-неоднородных сред и проблемы распространения лазерного излучения в тропосфере” М.: Физический факультет МГУ, 2001.
3. L. Cohen “Time Frequency Analysis: Theory and Applications” Prentice Hall; 1994.
4. В.Ф. Копьев, С.А. Чернышев // УФН. 2000. Т.70. №7. Стр.713-742
5. F.V. Shugaev, *et. al.* // Proc. SPIE 8535, Optics in Atmospheric Propagation and Adaptive Systems XV, 85350G (November 8, 2012).
6. J.C. Ricklin, F.M. Davidson // JOSA A, 2003. V. 20, No 5, P. 856.

## ТУРБУЛИЗОВАННЫЙ ЛАЗЕРНЫЙ ПУЧОК В ФАЗОВОМ ПРОСТРАНСТВЕ

Т.И. Арсеньян, Н.А. Сухарева, А.П. Сухоруков  
Физический факультет МГУ имени М.В. Ломоносова,  
arsenyan@mail.ru, suhareva@phys.msu.ru, apsmsu@gmail.com

Стохастические свойства каналов передачи данных традиционно принято описывать в квазистационарном приближении, игнорируя возможные вариации статистических распределений за интервал времени передачи отдельной сигнальной группы или зондирующей последовательности. Подобные приближения допустимы для задач локации или зондирования и становятся недостаточными при разработке помехоустойчивых алгоритмов управления сеансами передачи данных, длительность которых варьируется от нескольких секунд до фактически не прерываемого соединения.

Представлен последовательный анализ пространственно-временных флуктуаций направленного пучка, распространяющегося в неоднородной турбулизованной среде с разномасштабными типами неоднородностей. Использован метод нелинейных время-частотных и пространственно-волновых отображений на основе квазираспределений Вигнера [1, 2]:

$$Z(\vec{r}, \vec{k}, t, \omega) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int u^*(\vec{r} - \frac{\vec{r}_1}{2}, t - \frac{t_1}{2}) u(\vec{r} + \frac{\vec{r}_1}{2}, t + \frac{t_1}{2}) e^{-i\omega t_1 - i\vec{k} \cdot \vec{r}_1} d\vec{r}_1 dt_1, \quad (1)$$

здесь  $u(\vec{r}, t)$  - профиль пучка в заданный момент времени. Если задачу можно ограничить время-частотным или пространственно-частотным анализом, от (1) можно перейти к более употребляемым парциальным распределениям Вигнера:

$$\begin{aligned} W(\vec{r}, \vec{k}; t) &= \int Z(\vec{r}, \vec{k}, t, \omega) d\omega \\ W(\vec{r}; \omega, t) &= \int Z(\vec{r}, \vec{k}, t, \omega) d\vec{k} \end{aligned} \quad (2)$$

Получим уравнение эволюции для квазираспределений (1) или (2), пренебрегая частотной дисперсией для среды распространения пучка и ограничиваясь только пространственной дисперсией. В таких условиях справедливо утверждение:

$$u(\vec{r}, t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int S(\vec{k}, 0) e^{i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega(\vec{k})t)} d\vec{k}, \quad (3)$$

где  $S(\vec{k}, 0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int u(\vec{r}, 0) e^{i\vec{k} \cdot \vec{r}} d\vec{r}$  - начальный пространственный спектр пучка. После подстановки (3) в (2) с учётом общего выражения (1) получим:

$$W(\vec{r}, \vec{k}, t) = \frac{1}{2\pi} \int S^*(\vec{k} + \frac{\vec{\theta}}{2}, 0) S(\vec{k} - \frac{\vec{\theta}}{2}, 0) e^{-i\vec{\theta} \cdot \vec{r}} e^{i(\omega^*(\vec{k} + \frac{\vec{\theta}}{2}) - \omega(\vec{k} - \frac{\vec{\theta}}{2}))t} d\vec{\theta} \quad (4)$$

или

$$W(\vec{r}, \vec{k}, t) = \frac{1}{2\pi} \iint W(\vec{r}', \vec{k}, 0) e^{-i\vec{\theta}(\vec{r}' - \vec{r})} e^{i(\omega^*(\vec{k} + \frac{\vec{\theta}}{2}) - \omega(\vec{k} - \frac{\vec{\theta}}{2}))t} d\vec{\theta} d\vec{r}'. \quad (5)$$

Подынтегральное выражение (5) представим как свёртку начального псевдораспределения Вигнера рассматриваемой волны с ядром интегрального уравнения, зависящим от разности координат, направления распространения и времени:

$$W(\vec{r}, \vec{k}, t) = \frac{1}{2\pi} \int W(\vec{r}', \vec{k}, 0) L(\vec{r}' - \vec{r}, \vec{k}, t) d\vec{r}', \quad (6)$$

здесь  $L(\vec{r}' - \vec{r}, \vec{k}, t) = \int e^{-i\vec{\theta}(\vec{r}' - \vec{r})} e^{i(\omega^*(\vec{k} + \frac{\vec{\theta}}{2}) - \omega(\vec{k} - \frac{\vec{\theta}}{2}))t} d\vec{\theta}$ .

Отметим два свойства функции Вигнера, принципиальных для последующих обсуждений. Во-первых, наблюдаемое в плоскости регистрации оптического сигнала распределение интенсивности связано с функцией Вигнера маргинальным условием [2]:

$$\int W(\vec{r}, \vec{k}, t) d\vec{k} = |u(\vec{r}, t)|^2. \quad (7)$$



Рис. 1. Распределение интенсивности для пучка с высокой пространственной когерентностью (слева), «бинарного пучка» (центр) и пучка с низкой степенью когерентности (справа)

Во-вторых, начальный пространственно-частотный профиль функции Вигнера определяется пространственной когерентностью используемого «носителя сигнала». Практическое значение имеют три идеализированных начальных пространственных распределения для пучка:

- одномодовый гауссовский пучок с высокой степенью пространственной когерентности,
- многомодовый гауссовский пучок с низкой степенью пространственной когерентности,
- «бинарный» пучок, составленный из двух одномодовых гауссовских, распространяющихся под углом друг к другу.

Примеры экспериментально регистрируемых распределений интенсивности пучка представлены на рис.1 [3].

Рассмотрим случайный волновой процесс, описываемый распределением квазимонохроматического поля в плоскости наблюдения  $u(\vec{r}, t)$ . Определим функцию Вигнера после усреднения по ансамблю наблюдаемых состояний:

$$\langle Z(\vec{r}, \vec{k}, t, \omega) \rangle = \frac{1}{(2\pi)^2} \int E \left[ u^* \left( \vec{r} - \frac{\vec{r}_1}{2}, t - \frac{t_1}{2} \right) u \left( \vec{r} + \frac{\vec{r}_1}{2}, t + \frac{t_1}{2} \right) \right] e^{-i\omega t - i\vec{r}_1 \cdot \vec{k}} d\vec{r}_1 dt_1. \quad (8)$$

Подынтегральная компонента  $E[**]$  совпадает с принятым определением автокорреляционной функции или, после нормировки, степенью когерентности первого порядка (временной и пространственной):

$$R(\vec{r}_1, \vec{r}_2, t_1, t_2) = E[u(\vec{r}_1, t_1) u^*(\vec{r}_2, t_2)] \quad (9)$$

После подстановки (9) в (8) получим соотношения между автокорреляционной функцией и функцией Вигнера:

$$\langle Z(\vec{r}, \vec{k}, t, \omega) \rangle = \frac{1}{(2\pi)^2} \int R \left( \vec{r} - \frac{\vec{r}_1}{2}, \vec{r} + \frac{\vec{r}_1}{2}, t - \frac{t_1}{2}, t + \frac{t_1}{2} \right) e^{-i\omega t - i\vec{r}_1 \cdot \vec{k}} d\vec{r}_1 dt_1, \quad (10)$$

$$R(\vec{r}_1, \vec{r}_2, t_1, t_2) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int \langle Z \left( \frac{\vec{r}_1 + \vec{r}_2}{2}, \vec{k}, \frac{t_1 + t_2}{2}, \omega \right) \rangle e^{-i(t_2 - t_1)\omega - i(\vec{r}_2 - \vec{r}_1) \cdot \vec{k}} d\omega d\vec{k}. \quad (11)$$

На основе уравнения (5) и соотношений (10), (11) возможно описать процесс распространения случайного или псевдослучайного пучка при заданных начальных автокорреляционных параметрах и дисперсионной характеристике среды. Например, для среды без дисперсии справедливо:

$$\omega(k) = ck,$$

$$R(\vec{r}_1, \vec{r}_2, t_1, t_2) = R(\vec{r}_1 - \vec{c}t, \vec{r}_2 - \vec{c}t, 0, 0),$$

$$\langle Z(\vec{r}, \vec{k}, t, \omega) \rangle = \langle Z(\vec{r} - \vec{c}t, \vec{k}, 0, \omega) \rangle.$$

Действие среды с «регулярной» дисперсией можно описать, разложив в ряд по углам отклонения разности в подынтегральных экспонентах ядра уравнения (6):

$$\omega(\vec{k}) = \omega_R(\vec{k}) + i\omega_I(\vec{k})$$

$$\omega_R \left( k + \frac{\theta}{2} \right) - \omega_R \left( k - \frac{\theta}{2} \right) = \frac{\sum_{n=0}^{\infty} \omega_R^{2n+1}(k) \theta^{2n+1}}{(2n+1)! 2^{2n}} \sim \omega'_R(k) \theta + \frac{1}{24} \omega_R'''(k) \theta^3 \dots \quad (12)$$

$$\omega_I \left( k + \frac{\theta}{2} \right) + \omega_I \left( k - \frac{\theta}{2} \right) = \frac{\sum_{n=0}^{\infty} \omega_I^{2n}(k) \theta^{2n}}{(2n)! 2^{2n-1}} \sim 2\omega_I(k) \theta + \frac{1}{8} \omega_I''(k) \theta^2 \dots$$

Если ограничиться линейным членом разложения (12), после подстановки в (5) получим

$$W(\vec{r}, \vec{k}, t) \approx e^{(2\omega_I(k)t)} \int W(\vec{r}', \vec{k}, 0) \delta(\vec{r}' - \vec{r} + \vec{v}_g(\vec{k})t) d\vec{r}',$$

где  $\vec{v}_g(\vec{k})$  - групповая скорость в регулярной среде.

Среда с нерегулярной в пространстве и нестационарной дисперсией требует иного подхода. В эргодическом приближении определим среднее по ансамблю состояний среды ядро интегрального уравнения (6):



$$\langle L(\vec{r} - \vec{r}, \vec{k}, t) \rangle = \int e^{-i\vec{\theta}(\vec{r} - \vec{r})} \langle e^{i(\omega^*(\vec{k} + \frac{\vec{\theta}}{2}) - \omega(\vec{k} - \frac{\vec{\theta}}{2}))t} \rangle d\vec{\theta}. \quad (13)$$

Для среднего по ансамблю ядра можно определить характерные пространственные масштабы вариаций состояния среды. В зависимости от значений длин продольной и поперечной пространственной когерентности пучка на входе в среду и продольных и поперечных неоднородностей. Подставив (13) в (6) и переопределив начальную функцию Вигнера через пространственную автокорреляционную функцию пучка в начальный момент времени (11), получим:

$$W(\vec{r}, \vec{k}, t) = \left(\frac{1}{2\pi}\right)^2 \iint R(\vec{r}_1 - \frac{\vec{r}_2}{2}, \vec{r}_1 + \frac{\vec{r}_2}{2}) \langle L(\vec{r}_1 - \vec{r}, \vec{k}, t) \rangle e^{i\vec{r}_2 \vec{k}} d\vec{r}_1 d\vec{r}_2 \quad (14)$$

Пространственно-временное распределение интенсивности пучка в турбулентной среде можно вычислить, используя маргинал (7):

$$|u(\vec{r}, t)|^2 = \left(\frac{1}{2\pi}\right)^2 \iiint R(\vec{r}_1 - \frac{\vec{r}_2}{2}, \vec{r}_1 + \frac{\vec{r}_2}{2}) \langle L(\vec{r}_1 - \vec{r}, \vec{k}, t) \rangle e^{i\vec{r}_2 \vec{k}} d\vec{r}_1 d\vec{r}_2 d\vec{k} \quad (15)$$

Интересны два предельных случая преобразования (15) с ясной физической интерпретацией: распространение исходно дельта-коррелированного пучка и распространение плоской монохроматической волны.

Представленный в докладе аппарат анализа структуры турбулизованного пучка в фазовом пространстве ориентирован прежде всего на аналитическое описание пространственного распределения интенсивности в плоскости регистрации. Относительная простота и физическая обоснованность интегральных соотношений позволяют встраивать их в алгоритмы управления помехоустойчивостью открытых оптических каналов передачи данных

## ЛИТЕРАТУРА

1. L. Cohen *et. al.* “Classical, Semi-classical and Quantum Noise” Springer Science+Business Media, LLC 2012.
2. L. Cohen, P. Loughlin “Dispersion, its effects and compensation. In: Sadjadi F. (ed) Physics of automatic target recognition” Springer. Berlin. 2007.
3. Т.И. Арсеньян “Распространение электромагнитных волн в тропосфере” Томск: ТУСУР. 2006.

## ЭЛЕКТРООПТИЧЕСКОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ В РЕЗОНАТОРАХ С МОДАМИ ШЕПЧУЩЕЙ ГАЛЕРЕИ И ИХ ПРИЛОЖЕНИЕ В СВЧ МОДУЛЯТОРАХ

Н.М. Кондратьев<sup>1</sup>, М.Л. Городецкий<sup>2</sup>

<sup>1</sup>*МГУ имени М.В. Ломоносова*

<sup>2</sup>*Российский Квантовый центр Сколково*

*nokobar@mail.ru, michael.gorodetskiy@gmail.com*

Оптические микрорезонаторы с модами типа шепчущей галереи (ММШГ), впервые продемонстрированные на кафедре физики колебаний физического факультета МГУ в 1989 году в группе член-корр. РАН В.Б. Брагинского [1], сочетают с большой добротностью (порядка  $10^8$ ) малые размеры и высокую концентрацию оптического поля [2]. Это позволяет ожидать сильное электрооптическое взаимодействие между правильно подобранными модами или внешним полем в резонаторах из нелинейных материалов.

В последнее время большое внимание уделяется устройствам оптической обработки и передачи информации. Такие устройства обещают множество преимуществ перед электронными аналогами. Оптические линии связи позволяют передавать больше информации, имеют меньшие потери и не восприимчивы к помехам и наводкам со стороны других приборов. Размеры и стоимость оптических устройств также меньше. Кроме того, некоторые элементы, например приёмные антенны, могут быть созданы без использования металлических рабочих частей, что делает их не восприимчивыми к подавляющим электронику мощным СВЧ импульсам.

В 2000 году в ММШГ из нелинейного материала было продемонстрировано взаимодействие микроволнового и светового поля [3, 4]. Если ММШГ выполнен из электрооптического материала, то приложение внешнего поля приведёт к изменению показателя преломления и сдвигу резонансной частоты. Эффективное резонансное взаимодействие между многими оптическими МШГ и микроволновой модой достигалось за счет специальной формы СВЧ резонатора и давало выигрыш за счет двойного резонанса. На основе такого взаимодействия был предложен и реализован новый вид электрооптического модулятора, а также фотонного приемника микроволнового излучения [5, 6, 7, 8, 9]. Схема устройства, разработанная в ранних работах, и в целом повторяющаяся в дальнейшем представлена на Рис. 1. Резонатор помещен на металлическую подложку с радиочастотным полосковым элементом связи и призмой оптической связи. На резонатор нанесен металлический электрод в виде полукольца, являющийся полуволновым СВЧ полосковым резонатором с частотой резонанса равной ОСД оптического резонатора.

Схема на рисунке 1 не единственная. Можно предложить множество различных конфигураций СВЧ резонаторов, включая диэлектрические резонансные и линзовые антенны, для которых можно ожидать хорошее перекрытие мод и эффективное электрооптическое взаимодействие.

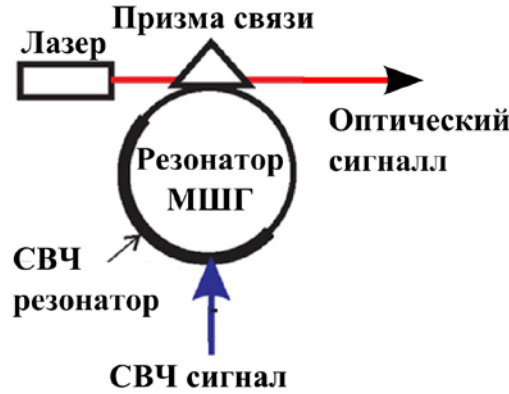


Рис. 1. Схема модулятора на резонаторе из ниобата лития (LiNbO3).

Для оценки эффективности взаимодействия проще всего использовать сдвиг частоты моды. Эта величина выражается через интегралы перекрытия оптической и радиочастотной мод:

$$\frac{\delta f_m}{f_m} = \frac{\int (E_p^{WGM})^* \varepsilon_{pi} r_{ijk} E_k^{RF} \varepsilon_{jq} E_q^{WGM} dV}{\int (E_j^{WGM})^* \varepsilon_{jk} E_k^{WGM} dV}, \quad (1)$$

где  $\delta f_m$  - сдвиг частоты оптической моды под номером  $m$ ,  $f_m$  - её исходная частота,  $E_j^{WGM}$  -  $j$ -компонента её формы (распределения поля),  $\varepsilon_{jk}$  - тензор диэлектрической проницаемости,  $r_{ijk}$  - тензор электрооптического эффекта,  $E_j^{RF}$  -  $j$ -компонента формы радио моды. Интегрирование ведётся по области с электрооптическим материалом (ММШГ) и по всем индексам в правой части ведётся суммирование. Используя эту величину можно искать оптимальную конфигурацию резонаторов. Интеграл в числителе можно упростить до  $\int \alpha_{ijk}^C E_k^{RF} E_i^{WGM*} E_j^{WGM} r dr dz$ . Величина  $\alpha_{ijk}^C$  постоянна в материале и зависит от  $M_+ = n - m + l$  и  $M_- = n - m - l$ , где  $n$  - азимутальное число моды накачки, а  $l$  - радиочастотной моды. В ниобате лития, где  $\varepsilon_2 = \varepsilon_1$ ,  $r_{42} = r_{51}$  и многие коэффициенты  $r_{\lambda k}$  равны нулю,  $\alpha_{\lambda k}^C$  не равно нулю только для  $M_+$  и  $M_- = 0, \pm 3$

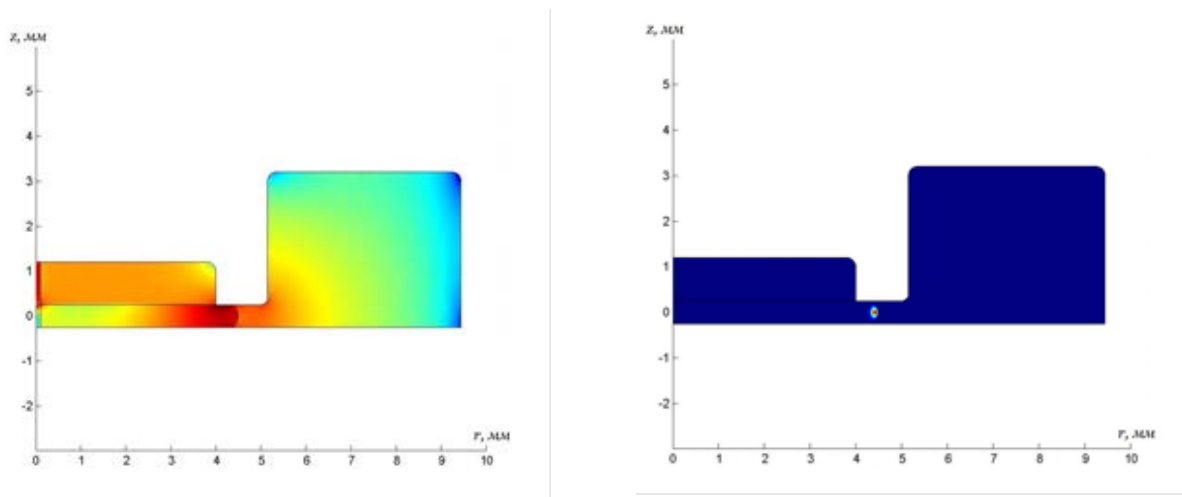


Рис. 2. Радиочастотная мода (слева) и МШГ (справа) в металлическом резонаторе с сосредоточенной ёмкостью, в которую вставлен ММШГ. Цилиндрические координаты.

На рисунке 2 приведены результаты численного моделирования для одной из конфигураций металлического резонатора с сосредоточенной ёмкостью, со встроенным ММШГ из ниобата лития. Рассчитанное значение относительного сдвига частоты (на единицу энергии внутри резонатора) составило  $0.08 \text{ 1/Дж}^{1/2}$  при частоте 200 ТГц. Также моделирование показало, что моды ТЕ типа лучше взаимодействуют с радиочастотным полем. ТЕ модами мы называем моды, которые не имеют составляющих электрического поля по оси  $r$  (электрическое поле в основном вдоль  $z$ ), хотя волна распространяется по азимуту.

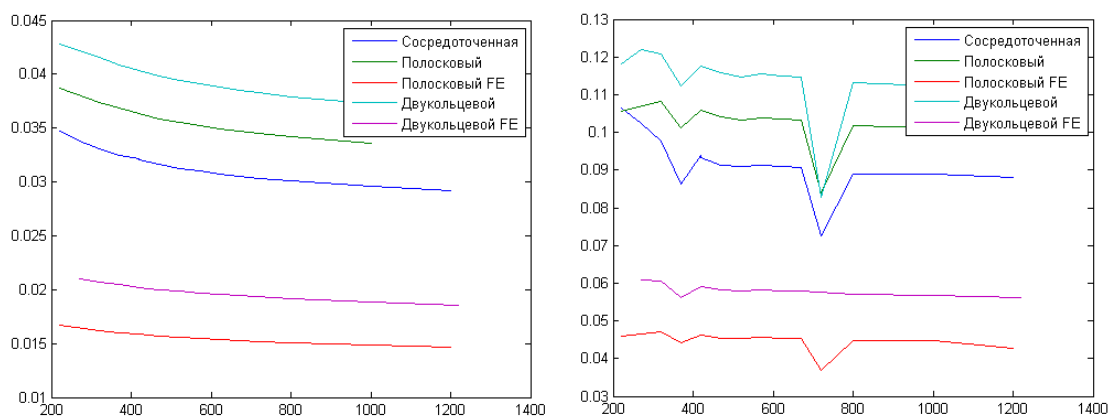


Рис. 3. Зависимости сдвига частоты от азимутального числа для фундаментальной ТМ (слева) и ТЕ (справа) мод. FE обозначает, что электроды принимались не бесконечно тонкими.

Для разных конфигураций построены зависимости сдвига частот от азимутального числа (рис. 3). Азимутальное число слабо влияет на внутреннюю структуру моды, от него зависит площадь её поперечного сечения. Так же при постоянных материальных параметрах диска оно

пропорционально частоте моды. Таким образом, эти графики можно расценивать как зависимость сдвига частот от частоты моды.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. V.B. Braginsky, M.L. Gorodetsky, V.S. Ilchenko "Quality-factor and nonlinear properties of optical whispering-gallery modes" V. 137, P. 393-397, 1989.

2. М.Л. Городецкий, Оптические микрорезонаторы с гигантской добротностью, Москва: Физматлит, 2011.

3 V.S. Ilchenko, X.S. Yao, L. Maleki "Microsphere integration in active and passive photonics devices," in Laser Resonators III: Proceedings of SPIE. SAN JOSE. CA. 2000.

4 V.S. Ilchenko, L. Maleki "Novel whispering-gallery resonators for lasers, modulators, and sensors" in Laser Resonators IV: Proceedings of SPIE. SAN JOSE. CA. 2001.

5 V.S. Ilchenko *et. al.* "High efficiency microwave and millimeter-wave electro-optical modulation with whispering-gallery resonators," in Laser Resonators and Beam Control V. Proceedings of SPIE. San Jose. CA. 2002.

6 D.A. Cohen, M. Hossein-Zadeh, A.F.J. Levi // Electronics Letters. 2001.V. 37. P. 300.

7 L. Maleki, A.F.J. Levi, S. Yao, V.S. Ilchenko // USA Patent US 6473218 B1, 29 Oct 2002.

8 V.S. Ilchenko, A.A. Savchenkov, A.B. Matsko, L. Maleki // IEEE Photonics Technology Letters. 2002. V. 14. P. 1602.

9 V.S. Ilchenko, A.A. Savchenkov, A.B. Matsko, L. Maleki // Journal of the Optical Society of America B. 2003. V. 20. P. 333.